Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования

«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ЛЕНИНА»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

**«ЭНЕРГИЯ-2013»**

ВОСЬМАЯ   
международная   
научно-техническая конференция   
студентов, аспирантов   
и молодых учЁных

**г. Иваново, 23-25 апреля 2013 г.**

**ТОМ 5, ЧАСТЬ 2**

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ИВАНОВО ИГЭУ 2013

УДК 004.9 + 519.6 + 621.3.07

ББК 32.97

М 34

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМА-ЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ** // Восьмая международная научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Энергия-2013»: Материалы конференции. В 7 т. Т. 5, Ч. 2 – Иваново: ФГБОУ ВПО Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина, 2013. – 82 с.

В сборник помещены материалы докладов восьмой международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «ЭНЕРГИЯ-2013», а также материалы третьей региональной конференции студентов «Молодая математика – 2013» и третьей открытой ивановской студенческой олимпиады по математике «Золотое кольцо». Материалы докладов студентов, магистрантов и аспирантов российских университетов отражают основные направления прикладной математики. Материалы секции «Прикладные задачи математики» систематизированы по 5 подсекциям. Сборник предназначен для студентов, работающих в сфере прикладной математики. Тексты тезисов представлены авторами в виде файлов, сверстаны и при необходимости, сокращены. Авторская редакция сохранена.

***Редакционная группа***

заведующая лабораторией кафедры высшей математики Завадская Н.А.,

инженер кафедры высшей математики Волочилова Е.В.,

инженер кафедры высшей математики Соколова Л.В.

**ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ**

**Председатель оргкомитета: ТЮТИКОВ В.В.,** проректор по научной работе.

**Зам. председателя:** Макаров А.В., начальник управления НИРС и ТМ.

**Члены научного комитета:** Плетников С.Б. – декан ТЭФ; Андрианов С.Г. – декан ИФФ; Сорокин А.Ф. – декан ЭЭФ; Егоров В.Н. – декан ЭМФ; Кокин В.М. – декан ИВТФ; Карякин А.М. – декан ФЭУ; Гофман А.В. – рук. МС РНК СИГРЭ; Попель О.С. – заведующий лабораторией ОИВТ РАН; Клочкова Н.В. – председатель СМУС ИГЭУ.

**Координационная группа:** Смирнов Н.Н., Иванова О.Е., Можжухина В.В., Маршалов Е.Д., Ильченко А.Г., Шуина Е.А., Филатова Г.А.

С 14 по 16 мая 2013 года в ИГЭУ состоялись третья открытая Ивановская студенческая олимпиада по математике «Золотое кольцо» и III региональная конференция студентов «Молодая математика-2013». Организатором олимпиады и конференции являлся Ивановский государственный энергетический университет.

Председателем оргкомитета являлся ректор ИГЭУ, д.т.н., профессор **Сергей Вячеславович Тарарыкин**.

Олимпиада проводилась 15 мая по классическому принципу (очный тур решения задач, апелляция) в шести номинациях: «технические специальности первый курс», «технические специальности старшие курсы (2-3)», «экономические специальности первый курс», «экономические специальности старшие курсы», «математические специальности 1 курс», «математические специальности старшие курсы».

Доклады студентов на конференции 16 мая заслушивались в пяти секциях: «Фундаментальная математика», «Вычислительная математика», «Математическое моделирование технологических и технических процессов», «Математическое моделирование в экономике», «Математическое моделирование в механике».

Всего в олимпиаде и конференции приняло участие 244 студента из девяти вузов Центрального федерального округа РФ, в работе конференции было представлено 36 докладов.

# ОРГАНИЗАЦИННЫЙ КОМИТЕТ ОЛИМПИАДЫ

**Председатель оргкомитета:** ректор ИГЭУ, д.т.н., профессор

**Тарарыкин Сергей Вячеславович.**

**Заместители председателя оргкомитета:** проректор ИГЭУ, д.т.н., профессор **Тютиков В.В.**, зав. каф. ВМ ИГЭУ, д.э.н., к.ф.-м.н **Коровин Д.И.**, доцент каф. ПМ ИГТА, к.ф.-м.н. **Хаджар М.**

**Члены оргкомитета:** д.ф.-м.н., проф. каф. ВМ ИГЭУ **Колесников С.В.**; д.э.н., зав. каф управления и экономико-математического моделирования ИГХТУ **Ильченко А.Н.**; д.т.н., зав. каф. прикладной математики ИГЭУ **Мизонов В.Е.**; д.ф.-м.н, зав. каф. ТИПМ ИГЭУ **Маслов Л.Б.**; к.ф.-м.н., доц. каф. АиМЛ ИвГУ **Хашин С.И.**

**Председатель жюри олимпиады**: зав. каф. ВМ ИГХТУ, проф. **Солон Б.Я.**

**Заместитель председателя жюри олимпиады**: проф. каф. ВМ ИГЭУ **Киселев В. Ю.**

**Заместитель председателя жюри олимпиады**: ст. преп. каф. ВМ ИГЭУ **Соколов А.Б.**

**Жюри олимпиады:** зав. каф. ВМ ИГЭУ, д.э.н., к.ф.-м.н **Коровин Д.И.**; к.ф.-м.н., доцент каф. ВМ ИГЭУ **Сковорода Б.Ф.**; к.ф.-м.н., доцент каф. ВМ ИГЭУ **Пяртли А.С.**; доцент каф. алгебры и математической логики ИвГУ **Артамонов М.А.**;доц. ЭФ ИвГУ **Кусковский Л.Н.**; асс. каф. ВМ ИГЭУ **Крутов А.О.**

**КОНФЕРЕНЦИЯ «МОЛОДАЯ МАТЕМАТИКА – 2013»**

На конференции «Молодая математика - 2013» были заслушаны доклады исследователей в пяти секциях:

1. «Фундаментальная математика» (ФМ);
2. «Математическое моделирование технологических и технических процессов» (ММТТП);
3. «Математическое моделирование в экономике» (ММвЭ);
4. «Математическое моделирование в механике» (ММвМ);
5. «Вычислительная математика» (ВМ).

**Руководителями секций** были ведущие математики Ивановской области:

Колесников С.В., профессор кафедры высшей математики ИГЭУ, д-р физ.-мат. наук (руководитель секции по фундаментальной математике),

Мизонов В.Е., заведующий кафедрой прикладной математики ИГЭУ, профессор, д-р техн. наук (руководитель секции по математическому моделированию технологических и технических процессов),

Ильченко А.Н., профессор, заведующая кафедрой управления и экономико-математического моделирования ИГХТУ, д-р экон. наук (руководитель секции по математическому моделированию в экономике),

Маслов Л.В., профессор, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики ИГЭУ, д-р физ.-мат. наук (руководитель секции математического моделирования в механике),

Хашин С.И., доцент кафедры алгебры и математической логики ИвГУ, канд. физ.-мат. наук (руководитель секции вычислительной математики).

# СПИСОК УЧАСТНИКОВ КОНФЕРЕНЦИИ

# «МОЛОДАЯ МАТЕМАТИКА – 2013»

Секция 1 **«Фундаментальная математика»**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ВУЗ, группа | Ф.И.О. | Тема | Руководитель |
| 1 | ИГЭУ, 2-47 | Новикова Е.В. | Моделирование физического процесса: полет ракеты | Коровин Д. И. |
| 2 | ИГЭУ, 3-47 | Серёжин П.А. | Об одном методе построения цифрового квадратичного детектора АМ сигналов | Колесников С.В. |
| 3 | ИГЭУ, 3-47 | Базанов В.И.,  Джангалиев Р.И. | Поиск сопряженной системы для уравнения Кортевега де Фриза | Киселев В.Ю. |
| 4 | ИГЭУ, 3-47 | Кужлева Е.Е.,  Ухтина Е.Р. | Об одном методе нахождения интегральной формулы Сегё-Пуассона в круге | Зиновьев Б.С. |
| 5 | ИГЭУ, 4-47 | Апаркина В.Е | Критерии условий устойчивости систем | Колесников С.В. |
| 6 | ИГЭУ, 4-47 | Шульга Е.А. | Дополнительный метод нахождения интегральных форм Бергмана – Пуассона для круга | Зиновьев Б.С. |
| 7 | ИГЭУ, 5-47 | Шаров П.А. | Интегральные представления и метрика Бергмана для кратно-круговых областей | Зиновьев Б.С. |
| 8 | ИГЭУ, 5-47 | Первойкина А.Г. | Вычисление Вероятности правильной классификации | Сковорода Б.Ф. |
| 9 | ИГЭУ,  2-47 | Щеголев Е.М. | Многочлен Матиясевича | Коровин Д. И. |
| 10 | ИГЭУ,  2-47 | Пайнев Н.Е. | Моделирование боевых действий между партизанскими и регулярными войсками | Коровин Д.И. |

Секция 2 **«Математическое моделирование**

**технологических и технических процессов»**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ВУЗ, группа | Ф.И.О. | Тема | Руководитель |
| 1 | ИГЭУ, 2-47 | Киселева Н.В. | Особенности моделирования технологических процессов в отделочном производстве | Коровин Д.И. |
| 2 | ИГЭУ, 2-47 | Свирелина Г.А, | Моделирование физического процесса «Занос автомобиля» | Коровин Д.И. |
| 3 | ИвИМЧСГПС РФ | Соловьев И.А.,  Хлеманов М.М. | Кусочно-полиноминальная аппроксимация программной траектории механизма | Есина М.Г. |
| 4 | ИГЭУ, 5-47 | Князев А,А. | Статистический анализ данных для системы управления в социально сфере | Коровин Д.И. |

Секция 3 **«Математическое моделирование в экономике»**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ВУЗ, группа | Ф.И.О. | Тема | Руководитель |
| 1 | ИГЭУ, 2-47 | Калинина М.В,  Кучина А.В. | Имитационное моделирование и анализ провокационного поведения субъекта | Коровин Д.И. |
| 2 | ИвГУ, 2-4 | Гиголаев А.А. | Об одном способе учета рисков при прогнозировании | Коровин Д.И. |
| 3 | ИГЭУ, 2-47 | Магдалинов Е.Н. | Учет запаздывания при вводе фондов (экономическая модель Солоу) | Коровин Д.И. |
| 4 | ИГЭУ, 5-47 | Умнова М.А. | Изучение условий устойчивости равновесий в некоторых классах стратегических игр | Киселев В.Ю. |
| 5 | ИвГПУ,  5 курс | Булмага А.В. | Сводный индекс развития малого бизнеса в регионах | - |

Секция 4 **«Математическое моделирование в механике»**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ВУЗ | Ф.И.О. | Тема | Руководитель |
| 1 | ИГЭУ | Тунцев В.Е. | Исследование прочностных характеристик узла крыла самолета | Ноздрин М.А. |
| 2 | ИГЭУ | Воробьев С.Е. | Вычисление геометрических характеристик произвольных поперечных сечений | Круглов А.В. |
| 3 | ИГЭУ | Селезнев А.М. | Устойчивость балочных конструкций со сложным поперечным сечением | Круглов А.В. |
| 4 | ИГЭУ | Гусева Е.А. | Определение модуля упругости второго рода  на установке ТМт-14 | Ноздрин М.А. |
| 5 | ИГЭУ | Цветков И.С. | Моделирование зубчатых и червячных передач в программе Compas 3D | Ноздрин М.А. |
| 6 | ИГЭУ | Морозов А.С. | Расчет узла колесо-вал в программе ANSYS | Зарубин З.В. |
| 7 | ИГЭУ | Фирсов Е.Н. | Разработка лабораторного стенда для бруса открытого профиля | Вихрев С.В. |
| 8 | ИГЭУ | Скрипов С.И., Сабанеев Н.А., ст.преп. | Исследование прочности элеронов самолета |  |
| 9 | ИГЭУ | Харькова А.В. | Расчет усталостной долговечности лопасти главного винта вертолета с применением системы ANSYS | Маслов Л.Б. |
| 10 | ИГЭУ | Созонова О.А. | Разработка модели лопасти хвостового винта вертолета | Ноздрин М.А. |
| 11 | ИГЭУ | Навдаев А.А. | Оптимизационный расчёт деталей сцепления в автомобиле | Белов И.А. |
| 12 | ИГЭУ | Привезенцев А.Е. | Задача контакта шины с дорожным покрытием | Ноздрин М.А. |
| 13 | ИГЭУ | Рекутин Д.С. | Расчет падения космического объекта на поверхность Земли | Ноздрин М.А. |

Секция 5 **«Вычислительная математика»**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ВУЗ, группа | Ф.И.О. | Тема | Руководитель |
| 1 | ИГЭУ, 2-47 | Чеснокова Д.С. | Моделирование физического процесса «Прыжок с парашютом» | Коровин Д.И. |
| 2 | ИГЭУ, 2-47 | Курченкова Н.Е. | Метод покоординатного спуска | Пяртли А.С. |
| 3 | ИГЭУ, 5-47 | Иванова А.А. | Исследование процесса совместимости эволюции двух видов на ограниченной территории | Киселев В.Ю. |
| 4 | ИГЭУ, 2-47 | Шилков А.Е.,  Пискунова Е.В. | Транспортные сети: задача о максимальном потоке («пробки» на ул. Лежневская) | Коровин Д.И. |

# СЕКЦИЯ 1 «Фундаментальная математика»

### Е.В. Новикова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47,

***рук. Д.И. Коровин, зав. каф. ВМ ИГЭУ, доцент***

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА:

### ПОЛЕТ РАКЕТЫ

Существуют студенческие разработки, в которых отсутствуют множество факторов и параметров влияющих на полет ракеты.

Целью моей работы было построить максимально точную модель полета баллистической ракеты. Для этого я рассмотрела один из частных случаев, т.е. построение модели в декартовой системе координат. Также достичь максимального понимания того, как скорость ракеты и высота ее полета меняется во время движения, как влияют на полет разные факторы.

Одной из основных задач является исследование точности полета. Точность характеризуется величиной и вероятностью отклонения от требуемой траектории. Для изучения вопросов точности управления движением баллистической ракеты необходимо составить систему дифференциальных уравнений, которая бы учитывала все силы и моменты действующие на баллистическую ракету и случайные возмущения.

В этой работе весь участок траектории необходимо разделить на два участка: взлета ракеты с работающим двигателем (активный) и после отключения двигателя (конечный). Эту траекторию ракета летит, как свободно брошенное тело, и вид траектории определяется только силой притяжения Земли и начальными условиями для этого участка.

Для этой работы в качестве экспериментальной я взяла ракету Р-14 (индекс ГРАУ — 8К65, по классификации МО США и НАТО — SS-5 Skean). Для этой работы существенны следующие характеристики ракеты:

Таблица 1.

|  |  |
| --- | --- |
| Дальность стрельбы (км) | 4500 (5500) |
| Масса ракеты (кг) | 95000 |
| Диаметр цилиндрической части (м) | 2,4 |
| Максимальный диаметр юбки (м) | 2,8 |
| Секундный расход топлива (кг/с) | 440 |
| Сила тяги двигателя (тс) | 177,5 |

Из физики известно, что на ракету в процессе взлета будут действовать следующие силы: сила тяги двигателя, сила тяжести и сила сопротивления.

 (1)

 (2)

В основе математических расчетов лежит второй закон Ньютона.

Уравнение движения принимает вид в проекции на вертикальную ось  (3)

Преобразованная система дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

 (4)

 (5)

 (6)

Для решения системы дифференциальных уравнений воспользуемся методом Рунге-Кутта. И получаем результат: траекторию полета баллистической ракеты. По оси абсцисс откладываем дальность полета ракеты, по оси ординат – ее высоту.

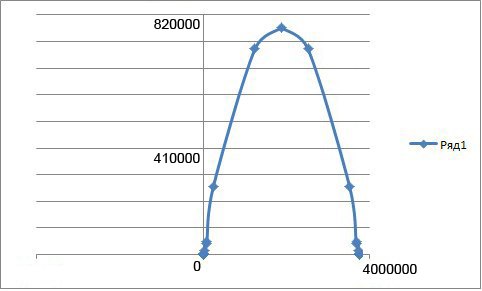


Рис. 1. Траектория полета баллистической ракеты.

**Библиографический список**

1. **И. Д. Сергеев** Военный энциклопедический словарь ракетных войск стратегического назначения. М.: Большая Российская энциклопедия, 1999.

2. **Гречух Л.И.** Проектирование жидкостного ракетного двигателя.

3. **Бахвалов Н.С.** Численные методы. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003.

### А.Г. Первойкина, ИГЭУ, ИВТФ, группа 5-47,

### рук. Б.Ф. Сковорода, каф. ВМ, к.т.н., доцент

### КЛАССИФИКАЦИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ

### НЕИЗВЕСТНЫХ ЦЕНАХ ОШИБОЧНОЙ

### КЛАССИФИКАЦИИ

Задачу классификации можно сформулировать так: пусть наблюдение случайной величины  с вероятностью  получено из генеральной совокупности признака . Требуется по наблюдению случайной величины , определить генеральную совокупность, из которой получено это наблюдение, то есть выбрать одно из n возможных распределений для случайной величины . Такую задачу называют задачей классификации. Генеральная совокупность определяется с помощью правила классификации  которое определяется множествами , задающими некоторое разбиение множества значений случайной величины . Согласно этому правилу наблюдение  получено из генеральной совокупности признака , если это наблюдение принадлежит множеству .

В [1] изложена теория классификации наблюдений при заданных ценах неправильной классификации, при этом при известных априорных вероятностях  определяется байесовское правило классификации, а при неизвестных – минимаксное правило.

Если цены неправильной классификации неизвестны, то предлагаем использовать похожие правила, приведенные ниже.

Определение. Правило классификации  при известных априорных вероятностях  будем называть наилучшим, если при использовании такого правила вероятность правильной классификации является наибольшей.

Определение. Правило классификации  при неизвестных априорных вероятностях  будем называть максиминным, если наименьшая из вероятностей  является наибольшей.

Теорема 1. Пусть наблюдение  получено с вероятностью  из генеральной совокупности признака  с плотностью распределения  . Тогда правило классификации  является наилучшим, если при всех .

.

Доказательство теоремы 1 аналогично доказательству теоремы о байесовском правиле классификации в [1].

Теорема 2. Если правило классификации  является наилучшим и  , то это правило является максиминным.

Доказательство. Пусть правило классификации  является наилучшим, это означает, что при использовании этого правила вероятность правильной классификации  – наибольшая. Значит, для любого правила  справедливо неравенство: .

Нужно доказать, что правило  является максиминным, т.е. что  является наибольшим.

По условию теоремы , поэтому .

Кроме того для любого правила  справедливо неравенство:. Значит,  является наибольшим, следовательно правило  является максиминным.

Теорема доказана.

**Библиографический список**

1. **Андерсон Т.** Введение в многомерный статистический анализ. – М.:Физматгиз.1963.

### 

### Н.Е. Пайнёв, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47,

***рук. Д.И. Коровин, зав. каф. ВМ ИГЭУ, доцент***

### МОДЕЛИРОВАНИЕ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ

### МЕЖДУ ПАРТИЗАНСКИМИ И РЕГУЛЯРНЫМИ

### ВОЙСКАМИ

**Постановка задачи**

В 1916 году английский математик Фредерик Уильям Ланчестер (1868–1945) предложил систему из двух однородных дифференциальных уравнений для моделирования воздушного боя. Справедливости ради следует отметить, что за год до него подобную модель опубликовал русский математик М. П. Осипов (1915а; 1915б). Но, как обычно происходит в подобных случаях, в литературе для серии подобных моделей утвердился термин «ланчестерские». Область их применения за почти сто лет также заметно расширилась: от описания взаимодействия этносов, проживающих на одной территории, до модели конкурентного взаимодействия двух фирм.

В наиболее общем виде ланчестерские модели можно описать системой уравнений (1):



где *a* и *e* определяют скорость небоевых потерь; *b* и *f* – скорость потерь из-за воздействия по площадным целям; *c* и *g* – потери от воздействия противника на переднем крае; *d* и *h* – подходящие или отходящие резервы.

Наибольшую применимость ланчестерское уравнение нашло в форме (2):



где *a* и *e* определяют скорость небоевых потерь; *c* и *g* – боевых потерь; *d* и *h* – подходящие или отходящие резервы. Член при *xy* с коэффициентом *b* и *f* вводится в *c* и *g*.

Боевые потери вызваны огневым воздействием противника и своим огнем (по американской терминологии – «дружественным огнем»). Они определяются силой противника, собственной силой, окружающей средой и человеческим фактором (называемым в разных источниках «лидерством», «моралью», «степенью удачи» и т. п.). Командующие также могут некоторым образом влиять на боевые потери. Боевые потери подразделяются на «убитых», «раненых» и «без вести пропавших». Под небоевыми потерями обычно подразумевают заболевших и пострадавших от несчастных случаев. Выделяются три главные категории: больные, душевнобольные, покалеченные.

С широким распространением персональных компьютеров появилась тенденция использовать ланчестерские модели для анализа исторической информации. Однако большинство работ ограничиваются описанием лишь одного-двух конкретных конфликтов. Так, в своих работах Дж. Там (Tam 1998) моделирует Арденнскую операцию, Дж. Энжел (Engel 1954) – операцию на Иводзиме, П. Морсе и Г. Кимбол (Morse, Kimball 1950) – битву за Атлантику и т. п.

Моя задача смоделировать боевые действия регулярных войск и партизан при определённых условиях, определить, кто побеждает, а также определить проценты потерь победившей стороны.

**Решение поставленной задачи**

Для создания модели я решил использовать систему (2). Коэффициенты определялись по формулам из книги Амелькина В. В. с учётом реальной картины мира:

Таблица 1. Коэффициенты для системы дифференциальных уравнений

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Численность | Скорость небоевых  потерь | Скорость боевых  потерь |
| Регулярные войска | 475 | a = 0.2328 | с = 0.4835 |
| Партизаны | 500 | e = 0.2856 | g = 0.5101 |

Меньшее количество боевых единиц у регулярных войск объясняется тем, что в их рядах появились несогласные с некоторыми моментами (политическими, религиозными и т.д.) и они решили выступить против государства (данное допущение позволяет более наглядно отобразить ход сражения).

Коэффициенты d и h я решил заменить кусочно-заданными функциями, которые более точно описывают поступление резервов в год. Они выглядят так:

dt= 150,- весенний призыв110, - осенний призыв

ht= 110,- весенний призыв90, - осенний призыв

Для решения данной системы я написал программу на языке C++ с использованием WinAPI и системой параллельного программирования OpenMP. Система решается методом Рунге – Кутты IV порядка. В данный момент программа ещё не закончена, и вывод процентов потерь происходит в файл, также отсутствуют оси координат. Результат работы программы с заданными условиями (красные – регулярные войска, синие – партизаны):



Рис. 1. Модель боевых действий

(по вертикали – численность, по горизонтали временной промежуток (год))

Как можно заметить кусочно – заданные функции подхода резервов оказывают влияние на ход сражения. В результате видим, что кривая партизан пересекает нулевую границу раньше, чем кривая регулярных войск, а это значит, что победу одерживают регулярные войска.

Потери, которые понесли регулярные войска, равны 87.6 %.

**Библиографический список**

1. **Амелькин В. В.** Дифференциальные уравнения в приложениях. М.: Наука. 1987.

### Е.М. Щёголев , ИГЭУ, ИВТФ, группа 1-47,

### рук. Д.И. Коровин, зав. каф. ВМ, доцент

### МНОГОЧЛЕН МАТИЯСЕВИЧА

Теорема (Ю. Матиясевич): Множество перечислимо тогда и только тогда, когда оно является множеством неотрицательных значений некоторого многочлена p с целыми коэффициентами, причем переменные пробегают .

Множество простых чисел разрешимо и, значит, перечислимо. Многочлен перечисляющий множество простых чисел вытекает из теоремы Матиясевича. Полином с целыми коэффициентами от нескольких переменных, множество всех неотрицательных значений которого (при положительных целых значениях переменных) есть в точности множество всех простых чисел.







.

Составим систему из 14 диофантовых уравнений, и попробуем составить алгоритм для нахождения множества простых чисел.

Проверим  условие Матиясевича, определяемое то, что множество перечислимо тогда и только тогда, когда оно является множеством неотрицательных значений некоторого многочлена с целыми коэффициентами, переменные пробегают  при отрицательных целых значениях переменных.

При



Получили число 8322541103, которое является простым

**Библиографический список**

1. **Матиясевич Ю.В.** Диофантовы множества. УМН, 1972.
2. **Матиясевич Ю.В.** Диофантово представление чисел Бернулли и его приложения. М.: Наука. 2003.
3. **Матиясевич Ю.В.** Что можно и что невозможно делать с диофантовыми проблемами, Классическая и современная математика в поле деятельности Бориса Николаевича Делоне. М.: МАИК. 2011

# СЕКЦИЯ 2 «Математическое моделирование

# технологических и технических процессов»

***И.А. Соловьев, М.М. Хлеманов,***

***Ивановский институт МЧС ГПС России,***

***рук. М.Г. Есина, доцент каф. ВМ и И***

### КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ

### АППРОСИМАЦИЯ ПРОГРАММНОЙ

### ТРАЕКТОРИИ МЕХАНИЗМА

В данной статье ставится задача построения программной траекторий, которая заключается в том, чтобы по заданному перемещению рабочего органа механизма определить изменения обобщенных координат, осуществляющие это перемещение. Практическая значимость алгоритма заключается в том, что его реализация дает возможность автоматизировать процесс программирования движения механизма.

Рассмотрим задачу построения управляющих сигналов приводов механизма, если на основе решения обратной задачи кинематики найдено множество обобщенных координат.

Рассмотренная задача разбивается на 2 этапа:

1. Определение продолжительности управления и разбиения полученного интервала на необходимое число интервалов.

2. Кусочно-полиномиальная аппроксимация программной траектории.

Для решения задачи разбиения используется метод последовательных приближений. Приемлемые значения узлов интерполяции можно определить по следующим формулам:

 (1)

где - максимальная допустимая скорость движения i-го привода.

Задача интерполяции решается на основе приближения управляющих сигналов сплайнами. Сплайны необходимо выбирать достаточно высокого порядка, так как исполнительный механизм с приводами представляет собой сложную динамическую систему, способную обрабатывать плавно изменяющиеся управляющие сигналы. В противном случае, точная реализация такой траектории может вызывать резкий скачок ускорений. Поэтому с целью обеспечения более высокого качества управления используются сплайны более высокого порядка.

Сформулируем условие задачи:

при заданной дискретной программной траектории q**0** , q**1** ,…, q**N** и при известных интервалах времени *h1*, *h2*, …, *hN*, где *hk-* время прохождения *k-* го участка искомой траектории от точки qk-1 до точки qkпостроить программную траекторию как функцию времени, удовлетворяющую следующим условиям: q(tk)=qk, *k*=0, 1, …, N,

 (2)

Для любого отрезка искомой программной траектории имеем на каждом отрезке ограничения на обобщенные координаты, скорости и ускорения их изменения. При этом для промежуточных участков траектории ограничения на скорости и ускорения являются условиями непрерывности.

Численное моделирование движения выходного звена механизма по назначенной траектории проведем для механизма, схема которого представлена на рисунке 1.

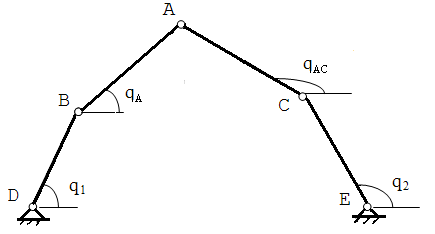


Рис. 1. Схема механизма

Пусть выходное звено механизма (точка А на рис. 1) должно осуществить движение по заданной траектории за период времени Т=2 секунды. Графики скорости и ускорения выходного звена механизма представлены на рисунке 2.



Рис. 2. Законы изменения скорости и ускорения точки А выходного звена механизма.

Для решения задачи предварительно построено дискретное приближение программной траектории в виде последовательности точек

, , …, 

на отрезке времени [t1, tN] в пространстве обобщенных координат.

Постановка задачи:

на заданном промежутке времени необходимо провести построение программных траекторий для обобщенных координат, то есть по заданному перемещению рабочего органа механизма определить изменения обобщенных координат, осуществляющих это перемещение.

Для решения задачи построим дискретное приближение программной траектории в виде последовательности точек на отрезке времени [0, 2] в пространстве обобщенных координат. Приведем значения обобщенных координат, которые найдены по заданному закону движения выходного звена. Значения векторов обобщенных координат q1 и q2 в точках из отрезка времени [t1, tN] представлены на рисунке 3.

Найдем начальные и конечные условия для угловой скорости и углового ускорения вектора обобщенных координат на основе решения обратной задачи кинематики. Получаем следующие условия:

 (3)

Так как программное движение точки А выходного звена механизма должно осуществляться по прямой линии, при этом скорость и ускорение этой точки имеют промежутком постоянства своих значений интервал времени от t1 =0.5 секунд до t2 =1.5 секунды, то достаточно рассмотреть три основных промежутка, полученных разбиением точками t1 и t2 заданного времени Т.

Будем искать приближение в классе сплайнов порядка m:



Рис. 3. Значения векторов обобщенных координат q1 и q2.

На начальном и конечном промежутках разбиения будем искать приближение программной траектории в классе сплайнов четвертого порядка:

q11(t)=a0,1+a1,1⋅t+a2,1⋅t2+a3,1⋅t3 +a4,1⋅ t4 , где t[0, 0.5],

q21(t)=d0,1+d1,1⋅t+d2,1⋅t2+d3,1⋅t3 +d4,1⋅ t4 , где t[0, 0.5],

q13(t)=a0, 3+a1, 3⋅t+a2, 3⋅t2+a3, 3⋅t3+a4, 3⋅t4, где t [1.5, 2],

q23(t)=d0, 3+d1, 3⋅t+d2, 3⋅t2+d3, 3⋅t3 +d4, 3⋅ t4 , где t[1.5, 2].

На промежутке [0.5, 1.5] аппроксимирующая функция выбрана в виде сплайна третьего порядка:

q12(t)=a0, 2+a1, 2⋅t+a2, 2⋅t2+a3, 2⋅t3 , где t[0.5, 1.5],

q22(t)=d0, 2+d1, 2⋅t+d2, 2⋅t2+d3, 2⋅t3 , где t[0.5, 1.5].

В результате вычислений, используя условия (3) получили следующие матрицы A и D коэффициентов полиномов:



Графики аппроксимирующих функций для дискретного множества значений обобщенных координат при заданном законе движения выходного звена механизма представлены на рисунке 4.





Рис. 4. Сплайн – функции для приближений значений обобщенных координат q1 и q2

на отрезке времени [0, 2].

Так как сплайны, построенные на трех участках разбиения, удовлетворяют условию непрерывности, то, объединяя их, получаем для каждой из обобщенных координат по одной непрерывной кривой на всем промежутке [0, 2]. Как видно из представленных графиков, аппроксимирующие функции проходят с высокой точностью через все заданные точки дискретного приближения. Аппроксимация выполнена с высокой точностью приближения к опытным данным, что подтверждается вычислением среднего значения суммы квадратов отклонений значений аппроксимирующих функций от табличных данных. На каждом из участков аппроксимации величина отклонений вычисляется по следующим формулам:

,  при t[0, 0.5],

,  при t[0.5, 1.5],

,  при t[1.5, 2].

В ходе численного эксперимента получены следующие значения для средних значений квадратов отклонений:

,  при t[0, 0.5],

,  при t[0.5, 1.5],

,  при t[1.5, 2].

Таким образом, в данной статье получены следующие результаты.

Решена задача построения программных траекторий, которая заключается в том, чтобы по заданному перемещению рабочего органа механизма определить изменения обобщенных координат, осуществляющие это перемещение. Задача решена с помощью сплайн – аппроксимации дискретного множества значений обобщенных координат при заданном законе движения выходного звена механизма.

**Библиографический список**

1. **Козлов В.В., Тимофеев А.В., Юревич Е.И**. Построение и стабилизация программных движений автоматического манипулятора с электрическими приводами – В кн.: Робототехника. Л.: ЛПИ, 1979.с.76-86.

2. **Павлов В.А., Тимофеев А.В.** Вычисление и стабилизация программного движения подвижного робота – манипулятора. – Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1976, №6.

3. **Пол Р.** Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота- манипулятора. М.: Наука, 1976. 103с.

4. Системы управления промышленными роботами и манипуляторами / Под редакцией Е. И. Юревича. Л.,1980. 184 с.

5. **Тимофеев А.В.** Построение программных движений и управление роботом – манипулятором с учетом его кинематической избыточности и динамики. – Автоматика, №1, 1976, с.71 - 81.

# 

# СЕКЦИЯ 3 «Математическое моделирование

# в экономике»

### М.В. Калинина, А.В. Кучина, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47,

***рук. Д.И. Коровин, зав. каф. ВМ ИГЭУ, доцент***

### ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И

### АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ СУБЪЕКТА

**Постановка задачи**

Мы решили найти функцию, которая лучшим образом оказывает влияние на субъекты, выяснить, как можно посчитать коэффициент этого влияния, а так же установить связь между этим коэффициентом и параметрами функции-провокатора.

**Решение постановленной задачи**

Мы параметрически задаем функцию (ф-я, у которой каждый аргумент зависит от некоторого параметра или параметров, в нашем случае от T и шага регулирования H).

, (1)

где H – шаг регулирования провокатора, а .

Эту параметрически задаваемую функцию будем называть главной функцией или провокатором.

Так же у нас есть 4 зависимые функции, которые определяются следующим образом:

, (2)

где влияние будет вычисляться по формуле:,

где – интенсивность влияния, а R – расстояние между началом вектора и началом соответствующего вектора провоцируемой функции.

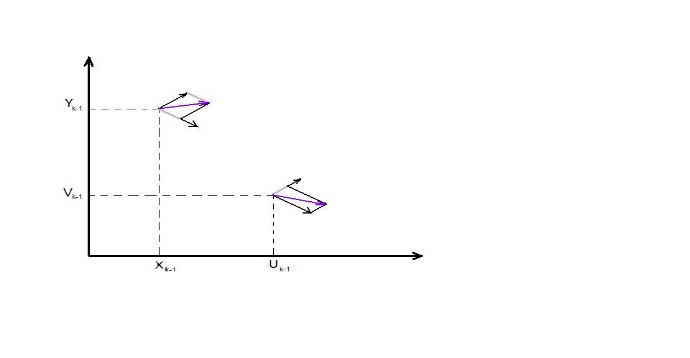
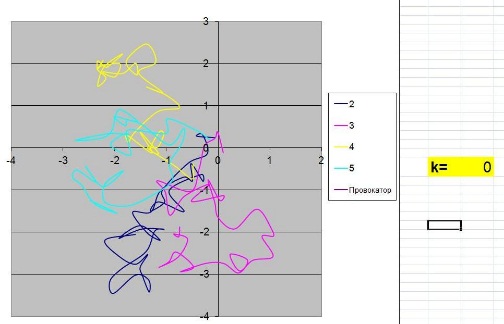


Рис. 1. Графическое представление влияния векторов друг на друга.

Для того, чтобы рассчитать коэффициент затягиваемости, нам необходимо посчитать расстояние между точками провокатора и точками каждого из субъектов попарно, нужно вычислить скалярное произведение этих маленьких векторов. Если векторы сонаправлены и расстояние между точками минимально, то будем считать, что функция поддается провоцированию (если(cosб>0.7) и ( d<2).

Попарно между каждым вектором провокатора и вектором функций проверяем условия и ставим значение истина-1 или ложь-0 в соответствующий столбец, чтобы потом считать частоту появления единиц. Чем больше единиц, тем выше получается коэффициент затягиваемости, так как коэффициент - есть средняя частота появления единиц у всех четырех зависимых функций.

Далее мы хотели выявить зависимость найденного коэффициента от шага регулирования провокатора.

Для этого мы меняем шаг регулирования от 10 до 20 и для каждого шага записываем значения, которые зависят от частоты появления единиц в столбцах выполнения условий. В итоге мы заметили следующую тенденцию: чем меньше шаг регулирования, тем больше коэффициент затягиваемости, т.е. тем лучше субъекты поддаются провоцированию главной функции.

**Пример**

Если у нас нет провоцирующей главной функции, то остальные функции двигаются хаотично. Возьмем шаг регулирования (параметр провоцирующей функции) Н=0. Найденный коэффициент влияния так же будет =0, так как провокатор отсутствует, следовательно, не оказывает никакого влияния.

**Библиографический список**

1. **Шеннон Р.** Имитационное моделирование систем: наука и искусство, М.: Мир, 1978.

***Е.Н. Магдалинов, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47,***

***рук. Д.И. Коровин, зав. каф. ВМ ИГЭУ, доцент***

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РИСКА**

**ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ**

**В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СОЛОУ**

**С УЧЕТОМ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ПРИ ВВОДЕ**

**ФОНДОВ**

Целью данной работы является рассмотрение того, что будет происходить с решением системы: учета запаздывания при вводе фондов в экономической модели Солоу, если учитывать случайный фактор в параметре б. Представим краткое описание экономической модели Солоу.

Модель Солоу является односекторной моделью экономического роста. Модель достаточно адекватно отражает важнейшие макроэкономические аспекты процесса воспроизводства. Однако в этой модели инвестиции превращаются в фонды мгновенно, что никак не соответствует реальности в нашей жизни. Отсюда и возникает вопрос об учете запаздывания при вводе фондов.

Состояние экономики в модели Солоу задается следующими пятью эндогенными переменными (изменяющимися во времени):

X — валовой внутренний продукт (ВВП);

С — фонд непроизводственного потребления;

I — инвестиции;

L — число занятых;

K — фонды.

И экзогенными (заданными вне системы) показателями (постоянными во времени):

v — годовой темп прироста числа занятых;

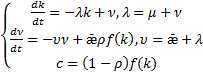
м— доля выбывших за год основных производственных фондов;

с — норма накопления (доля валовых инвестиций в валовом внутреннем продукте).

Экзогенные параметры находятся в следующих границах:

— 1 < v < 1, О < м < 1, 0 < с < 1.

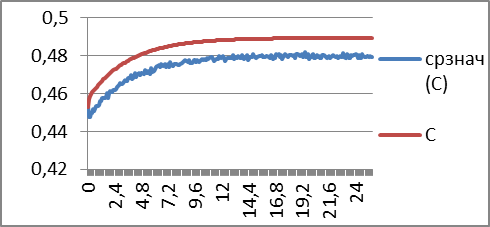
Имеется два подхода к моделированию запаздывания.

Первый заключается в том, 

где .

Решив эту систему методом Рунге – Кутты, получили определенные графики, при которых фондовооруженность, запаздывание фондов и среднедушевое потребление стабилизируются к определенному значению. При этом у нас б в каждый момент времени использовалось одинаковое.

Далее было решено вводить параметр б с учетом риска, где риск понимается как отношение к неопределенности, которое возникает при оценке планирования нашего результата. Это было реализовано следующим образом. В каждый момент времени к нашей величине б прибавлялось, какое-то случайное очень небольшое значение, при этом для эффективного использования случайного введения числа применялось в - распределение. И произведя около сотни испытаний, далее беря среднее значение, мы получаем следующий график среднедушевого потребления.

Как видно из графика у нас получаются колебания, но колебания даже не того уровня что у нас есть на самом деле. Т.е. таким образом можно сделать такой итог что, учитывая риски при вводе б в производственной функции, у нас выходит другой результат, который немного ниже, чем тот который получается при постоянном параметре б.

**Библиографический список**

1. **Колемаев В.А.** Математическая экономика М.:2002.

2. **Коровин Д.И., Егоров В.Н.** Основы экономической теории надежности производственных систем

***А.В. Булмага, ИГПУ, Текстильный институт,***

***5т7, каф. ВМС, специальность Статистика***

**СВОДНЫЙ ИНДЕКС, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЙ**

**РАЗВИТИЕ МАЛОГО И СРЕДНЕГО**

**ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА В РЕГИОНАЛЬНОМ РАЗРЕЗЕ**

Роль малого бизнеса в экономике любой страны достаточно высока. В последние годы о судьбе российского малого предпринимательства заговорили на всех уровнях власти. В нем видят и большой потенциал для роста доходов госбюджета, и основу для социальной стабильности. Рождение десятков тысяч новых фирм повлечет за собой создание сотен тысяч рабочих мест. Таким образом, эффективность социальной политики в большой степени зависит от того, насколько рационально проводится регулирование сектора малого и среднего предпринимательства.

Целью настоящей работы является построение сводного индекса, характеризующего развитие малого предпринимательства в региональном разрезе на основе итогов сплошного статистического наблюдения за деятельностью субъектов малого и среднего предпринимательства в 2010 году.

Итоговые расчетные значения индекса были приведены к шкале [0;10], где нулевое значение соответствует наименее успешному региону, 10 – наиболее успешному.

Нами выполнен множественный корреляционно- регрессионный анализ с целью определить, какие факторы и в какой степени повлияли на развитие малого бизнеса в Ивановской области.

Сводный индекс построен на основе показателей, характеризующих состояние соответствующей сферы, с поправкой на весовые коэффициенты, характеризующие вклад каждого показателя в сводную оценку. Весовые коэффициенты, оценивающие вклад каждого показателя в сводный индекс, оценивались экспертным методом.

Для построения интегрального индекса развития малого предпринимательства в ЦФО на основе выявленных ранее факторов, определяющих формирование малого бизнеса, было выделено 4 показателя:

* количество субъектов малого предпринимательства в расчете на 100 тыс. жителей региона;
* доля среднесписочной численности занятых на малых предприятиях в общей среднесписочной численности занятых в регионе;
* выручка от реализации товаров (работ, услуг) малых предприятий в расчете на 1 занятого на малых и средних предприятиях;
* объем инвестиций в основной капитал малых предприятий в расчете на 1 занятого на малых и средних предприятиях.

Данные показатели в целом соответствуют установленным методическим требованиям (в полной мере отражают результаты деятельности субъектов малого предпринимательства и могут быть рассчитаны на основе официальной статистической информации), а также являются относительными, т.е. учитывают размер экономики региона и могут в определенном смысле считаться качественными характеристиками.

Лидером по уровню развития малого предпринимательства среди областей ЦФО в 2010 году является Белгородская область, где отмечено наибольшее значение количества МП в расчете на 100 тыс. населения и инвестиции в основной капитал на МП в расчете на 1 занятого на МП и относительно высокие значения по остальным показателям. В тройке лидеров также Костромская область и Тамбовская область. Ивановская область занимает 5-е место среди 18 областей ЦФО, отмечается наибольшее значение количества субъектов малого предпринимательства в расчете 100 тыс. жителей, а также доля занятых на МП в общем числе занятых.

Количество МП в расчете на 100 тыс. населения и доля занятых на МП в общем числе занятых отмечается в Костромской области (2-е место в рейтинге), в то время как выручка от реализации товаров, работ, услуг МП в расчете на 1 занятого на МП в г. Москва (15-е место в рейтинге). Объем инвестиций в основной капитал на малых предприятиях в пересчете на каждого занятого отмечается в Тамбовской области (3-е место в рейтинге).

Для успешного развития МП, как в ЦФО, так и в Ивановской области необходимо:

- проведение налоговой реформы, снижение ставок и упрощение налоговой системы;

- борьба с коррупцией;

- реальная финансовая и имущественная поддержка малого предпринимательства;

- эффективная антимонопольная политика государства;

- развитие общественных объединений частных предпринимателей, которые могут эффективно отстаивать общие интересы развития малого бизнеса в органах власти и власти и способствовать развитию самоорганизации малого бизнеса и формировать благоприятный имидж «профессии» предпринимателя;

- органам государственной власти доводить информацию о принятых нормативных актах для субъектов малого и среднего предпринимательства путем проведения различных семинаров.

Эти меры, если они будут реализованы, откроют простор развитию малого и среднего бизнеса в России и регионах, в том числе Ивановской области.

**СЕКЦИЯ 4 «Математическое моделирование**

**в механике»**

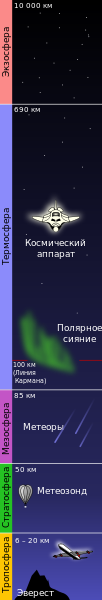
***Д.С. Рекутин, ИГЭУ, ТиП, группа 3-33,***

***рук. М.А. Ноздрин, к.т.н., доцент***

**РАСЧЁТ ПАДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО**

**ОБЪЕКТА НА ПОВЕРХНОСТЬ ЗЕМЛИ**

Всё время существования планеты Земля, на её поверхность падает большое количество внеземных объектов, будь то метеориты, метеорные тела или даже крупные астероиды. Но в наше время стоит вопрос о том, долетит ли объект до поверхности земли или попросту сгорит в атмосфере. Чтобы понять это, рассмотрим поближе строение атмосферы Земли [1].

Атмосфера — [газовая](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B0%D0%B7) оболочка ([геосфера](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0)), окружающая планету [Земля](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B5%D0%BC%D0%BB%D1%8F_%28%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%BD%D0%B5%D1%82%D0%B0%29). Внутренняя её поверхность покрывает [гидросферу](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B8%D0%B4%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0) и частично земную кору, внешняя граничит с околоземной частью космического пространства. Толщина атмосферы — примерно 120 км от поверхности Земли. Суммарная масса [воздуха](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%B7%D0%B4%D1%83%D1%85) в атмосфере — (5,1—5,3)·1018 кг. Из них масса сухого воздуха составляет (5,1352±0,0003)·1018 кг, общая масса водяных паров в среднем равна 1,27·1016 кг. Атмосферы земли состоит из: Тропосферы, стратосферы, мезосферы, термосферы и экзосферы.

Тропосфера **–** Это первый слой атмосферы.Её верхняя граница находится на [высоте](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%8B%D1%81%D0%BE%D1%82%D0%B0) 8—10 км в полярных, 10—12 км в умеренных и 16—18 км в тропических широтах; зимой ниже, чем летом. Нижний, основной слой атмосферы содержит более 80 % всей массы атмосферного воздуха и около 90 % всего имеющегося в атмосфере водяного пара. В тропосфере сильно развиты [турбулентность](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%83%D1%80%D0%B1%D1%83%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) и [конвекция](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F), возникают [облака](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D0%BB%D0%B0%D0%BA%D0%B0), развиваются [циклоны](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BD) и [антициклоны](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D1%82%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BD). Температура убывает с ростом высоты со средним вертикальным [градиентом](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82) 0,65°/100 м.

Стратосфера **-** этослой атмосферы, располагающийся на высоте от 11 до 50 км. Характерно незначительное изменение температуры в слое 11—25 км (нижний слой стратосферы) и повышение её в слое 25—40 км от −56,5 до 0,8°[С](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D0%B4%D1%83%D1%81_%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D1%81%D0%B8%D1%8F) (верхний слой стратосферы или область [инверсии](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%B8%D1%8F_%28%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F%29)). Достигнув на высоте около 40 км значения около 273 К (почти 0°C), температура остаётся постоянной до высоты около 55 км. Эта область постоянной температуры называется [стратопаузой](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D0%BF%D0%B0%D1%83%D0%B7%D0%B0) и является границей между стратосферой и [мезосферой](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B7%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0).

Мезосфера **–** это третий слой атмосферы Земли.[Мезосфера](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B7%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0) начинается на высоте 50 км и простирается до 80—90 км. Температура с высотой понижается со средним вертикальным градиентом (0,25—0,3)°/100 м. Основным энергетическим процессом является лучистый теплообмен. Сложные фотохимические процессы с участием [свободных радикалов](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B2%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D0%BB), колебательно возбуждённых молекул и т.д. обусловливают свечение атмосферы.

Термосфера **–** пятый слой атмосферы. Верхний предел — около 800 км. Температура растёт до высот 200—300 км, где достигает значений порядка 1500 К, после чего остаётся почти постоянной до больших высот. Под действием ультрафиолетовой и рентгеновской солнечной радиации и космического излучения происходит ионизация воздуха («[полярные сияния](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D1%8F%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%81%D0%B8%D1%8F%D0%BD%D0%B8%D0%B5)») — основные области [ионосферы](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0) лежат внутри термосферы. На высотах свыше 300 км преобладает атомарный кислород. Верхний предел термосферы в значительной степени определяется текущей [активностью Солнца](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C). В периоды низкой активности — например, в 2008—2009 гг. — происходит заметное уменьшение размеров этого слоя[[4]](http://ru.wikipedia.org/wiki/%C0%F2%EC%EE%F1%F4%E5%F0%E0_%C7%E5%EC%EB%E8#cite_note-4).

[Экзосфера](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BA%D0%B7%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0) — зона рассеяния, внешняя часть термосферы, расположенная выше 700 км. Газ в экзосфере сильно разрежён, и отсюда идёт утечка его частиц в межпланетное пространство ([диссипация](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B8%D0%BF%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%B0%D1%82%D0%BC%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80_%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%BD%D0%B5%D1%82)).

До высоты 100 км атмосфера представляет собой гомогенную хорошо перемешанную смесь газов. В более высоких слоях распределение газов по высоте зависит от их молекулярных масс, концентрация более тяжёлых газов убывает быстрее по мере удаления от поверхности Земли. Вследствие уменьшения плотности газов температура понижается от 0°C в стратосфере до −110°C в мезосфере. Однако кинетическая энергия отдельных частиц на высотах 200—250 км соответствует температуре ~150°C.

Также все объекты, вошедшие в поле притяжения земли, подразделяются на: метеориты, метеоры, болиды, астероиды и кометы [2].

**Метеорит** - твёрдое тело космического происхождения, упавшее на поверхность земли. Метеорное тело входит в атмосферу Земли на скорости около 11-25 км/сек. На такой скорости начинается его разогрев и свечение. За счет абляции (обгорания и сдувания набегающим потоком частиц вещества метеорного тела) масса тела, долетевшего до земли, может быть значительно меньше его массы на входе в атмосферу. Например, тело, вошедшее в атмосферу Земли на скорости 25 км/с и более, сгорает почти без остатка. При такой скорости вхождения в атмосферу из десятков и сотен тонн начальной массы до земли долетает всего несколько килограммов или даже граммов вещества. Следы сгорания метеорного тела в атмосфере можно найти на протяжении почти всей траектории его падения.

**Метеор**- явление, возникающее при сгорании в атмосфере Земли мелких метеорных тел (например, осколков комет или астероидов). Аналогичное явление большей интенсивности (ярче звёздной величины -4) называется болидом. Классифицируются как встречные и догоняющие. Часто метеоры группируются в метеорные потоки - постоянные массы метеоров, появляющиеся в определённое время года, в определённой стороне неба.

**Метеороид**- небесное тело, промежуточное по размеру между межпланетной пылью и астероидом. Согласно официальному определению, метеороид - это твёрдый объект, движущийся в межпланетном пространстве, размером значительно меньше астероида, но значительно больше атома. Британское королевское астрономическое общество выдвинуло другу формулировку, согласно которой метеороид - это тело диаметром от 100 мкм до 10 м. Другие источники ограничивают размер метеороида в 50 м. Видимый след метеороида, вошедшего в атмосферу Земли, называется метеором, а метеороид, упавший на поверхность Земли - метеоритом.

**Болид** - метеор яркостью не менее –4m (ярче, чем планета Венера), либо имеющий заметные угловые размеры (кому)[1]. Международный астрономический союз не имеет официального определения понятия «болид». Траектория полёта болида обычно гиперболическая. При входе в атмосферу Земли оставляет след (хвост) из пыли и ионизованных газов. От болида могут отделиться и упасть на Землю метеориты. Полёт может сопровождаться звуком или нарушением радиосвязи. Особо яркие болиды иногда называют суперболидами. Крупные болиды можно наблюдать днём.

**Астероид**- небольшое планетоподобное небесное тело Солнечной системы, движущееся по орбите вокруг Солнца. Астероиды, известные также как малые планеты, значительно уступают по размерам планетам. Одним из способов классификации астероидов является определение размера. Действующая классификация определяет астероиды, как объекты с диаметром более 50 м, отделяя их от метеорных тел, которые выглядят как крупные камни, или могут быть ещё меньше. Классификация опирается на утверждение, что астероиды могут уцелеть при входе в атмосферу Земли и достигнуть её поверхности, в то время, как метеоры, как правило, полностью сгорают в атмосфере.

**Комета** - небольшое небесное тело, имеющее туманный вид, обращающееся вокруг Солнца обычно по вытянутой орбите. При приближении к Солнцу кометы образуют кому и иногда хвост из газа и пыли. Предположительно, долгопериодические кометы залетают к нам из Облака Оорта, в котором находятся миллионы кометных ядер. Тела, находящиеся на окраинах Солнечной системы, как правило, состоят из летучих веществ (водяных, метановых и других льдов), испаряющихся при подлёте к Солнцу.

Цель расчёта: определить какое количество массы выбранного объекта сгорит в плотных слоях атмосферы, и какова будет его сила удара о поверхность Земли.

Характеристики выбранного объекта:

Железный астероид массой 20000 тонн, объёмом 2540000·10³ м³ и имеющий скорость входа в атмосферу 30 км/с.

Благодаря силе вязкого трения о плотные слои атмосферы Земли, объект будет стремительно терять массу.

Сила вязкого трения:



где α-аэродинамический коэффициент, ρ-плотность газа, S-площадь поперечного сечения.

В расчётах определяется сила трения в каждом слое атмосферы . Затем находится масса тела , достигшего поверхности Земли, в зависимости от параметров орбиты движения объекта.

**Библиографический список**

1. <http://ru.wikipedia.org>.

2. <http://www.mymeteorite.ru/science/71.html>.

# СЕКЦИЯ 5 «Вычислительная техника»

### Д.С. Чеснокова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47,

***рук. Д.И. Коровин, зав. каф. ВМ ИГЭУ, доцент***

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА: ПРЫЖОК С ПАРАШЮТОМ

Целью моей работы была разработка модели движения парашютиста после отделения его от летательного аппарата без учета воздействи– давление (Па\*10^(-3));  - разность высот, (м);  - молярная масса воздуха, (29 г/моль); - универсальная газовая постоянная, (8.31 Дж/(моль\*К));  - ускорение силы тяжести, (9.81 м/(с\*с)); - температура воздуха, (К).

*,*

- сила тяжести, (Н); g - ускорение свободного падения, (9,81 м/с2); m – масса тела, кг.

Система дифференциальных уравнений имеет следующий вид:



Для решения системы дифференциальных уравнений используем метод Рунге-Кутта. Получаем графики:

* зависимость скорости от времени
* зависимость высоты от времени

**Библиографический список**

1. **Вся физика. Е.Н. Изергина**. – М.: ООО «Издательство «Олимп», 2001. – 496 с.

2. **Касаткин И. Л.** Репетитор по физике. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика/ Под ред. Т. В. Шкиль. – Ростов Н/Д: изд-во «Феникс», 2000. – 896 с.

3. **Энциклопедия д.д.** Физика. Т. 16. Ч.1. с. 394 – 396. Сопротивление движению и силы трения. А. Гордеев. /Глав. ред. В.А. Володин. – М. Аванта+, 2000. – 448 с.

4. **Перельман Я.И.** Знаете ли вы физику? – М.: ТЕРРА – Книжный клуб, 2007. – 416 с.: ил. – («Терра» - школе).

5. **Википедия** – свободная энциклопедия [Электронный ресурс]. - http://wikipedia.org.

### Н.Е. Курченкова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 4-47,

***рук. А.С. Пяртли, к.ф.-м. н., доцент***

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЛГОРИТМА НАДСТРОЙКИ

### «ПОИСК РЕШЕНИЯ» В ПРОГРЕММЕ

### MICROSOFTEXCEL

Часто инженеры сталкиваются с проблемой нахождения параметров, при которых функция достигает своего максимума или минимума. Для решения подобных задач программа MicrosoftExcel предоставляет надстройку, которая называется «Поиск решения». Целью данной экспертной работы было определение алгоритма работы данной надстройки.

Постановка задачи: дана функ. Т.к. задача нахождения значений аргументов, при которых функция достигает своего максимального значения, может быть легко сведена к задаче нахождения минимума, рассмотрим последнюю задачу. Итак, .

Для определения алгоритма работы надстройки была выбрана следующая методика:

1. Выбор алгоритма для нахождения значений аргументов, при которых функция принимает наименьшее значение;
2. Программная реализация данного алгоритма;
3. Проверка результатов выполнения написанной программы и результатов, получаемых в программе MicrosoftExcel на каждой итерации. Если значения аргументов совпадают – алгоритм найден. Если нет – выбор другого алгоритма.

В ходе эксперимента были рассмотрены алгоритмы:

* «Чистый» метод Ньютона,
* Метод Ньютона с аппроксимацией производных,
* Метод Ньютона с коррекцией матрицы Гессе,
* Глобально-сходящиеся модификации метода Ньютона:

- С дроблением шага,

- Выбор шага с двойным изломом,

- Метод с локально-ограниченным оптимальным шагом.

Первые 3 метода – локально сходящиеся, последние 3 – глобально сходящиеся. Метод называется локально сходящимся, если, используя его, мы можем прийти к локальному минимуму, только если начальная точка будет выбрана достаточно близко к ответу. Метод называется глобально-сходящимся, если, используя его, мы можем прийти к локальному минимуму из любой начальной точки. Т.о. первые 3 метода не подходят, т.к. программа должна находить решение при любой начальной точке. Кроме того, «чистый» метода Ньютона заведомо не приводит к решению у тригонометрической функции. Тестирование последних 3 методов проводилось на функции Вуда:



,

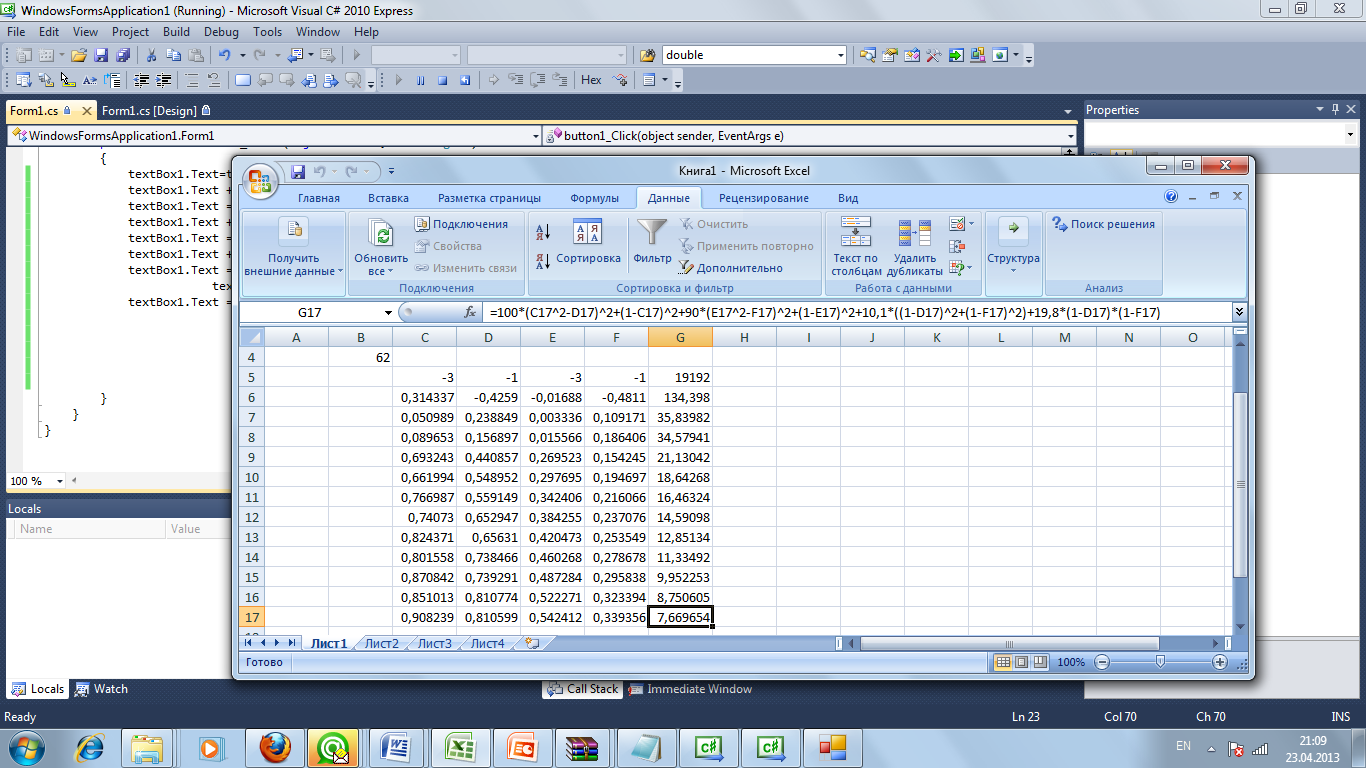
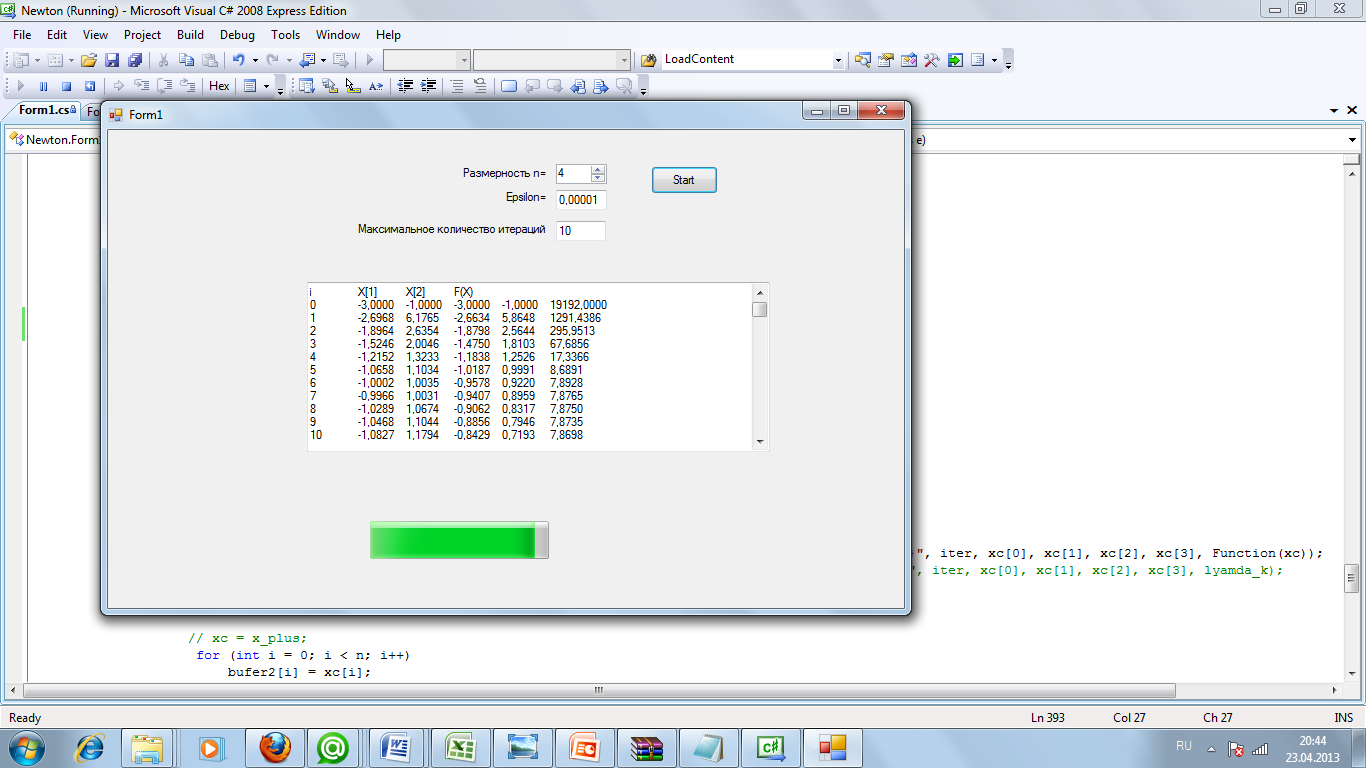
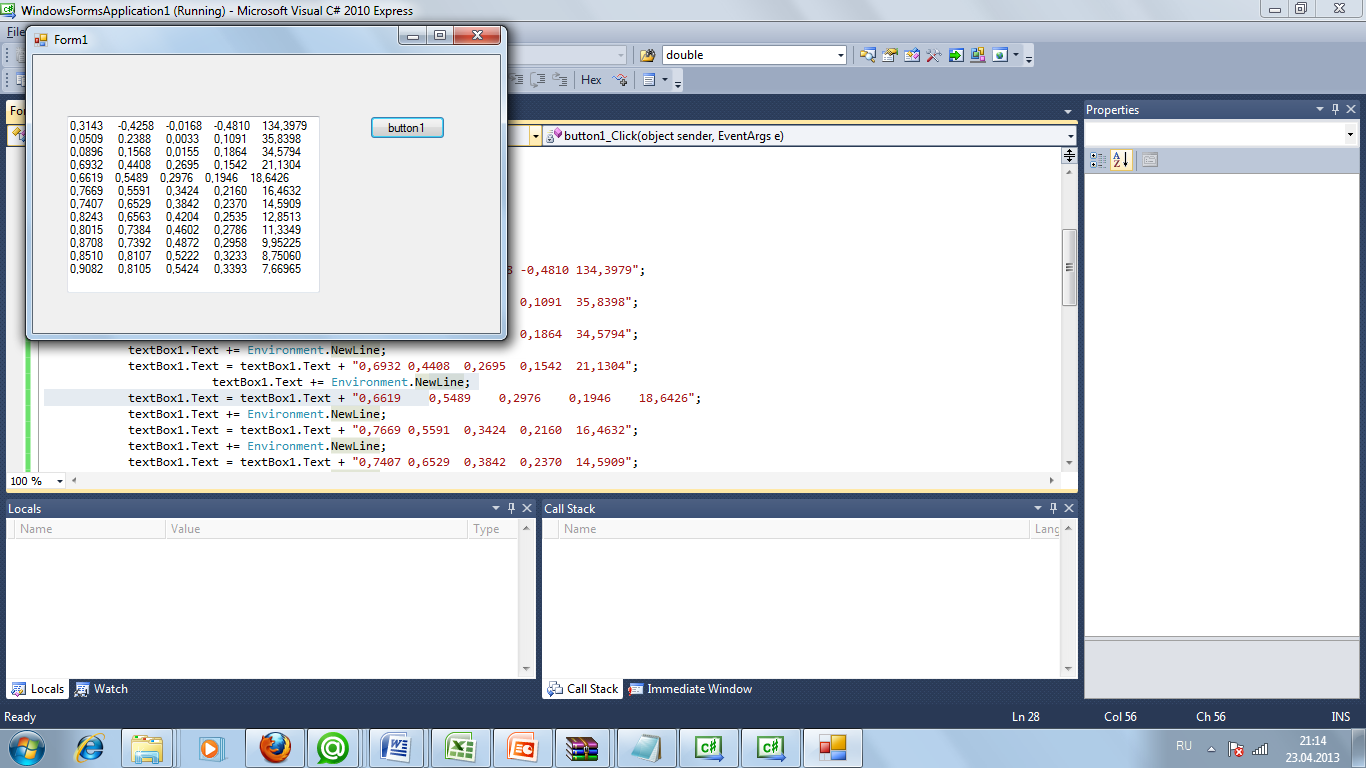
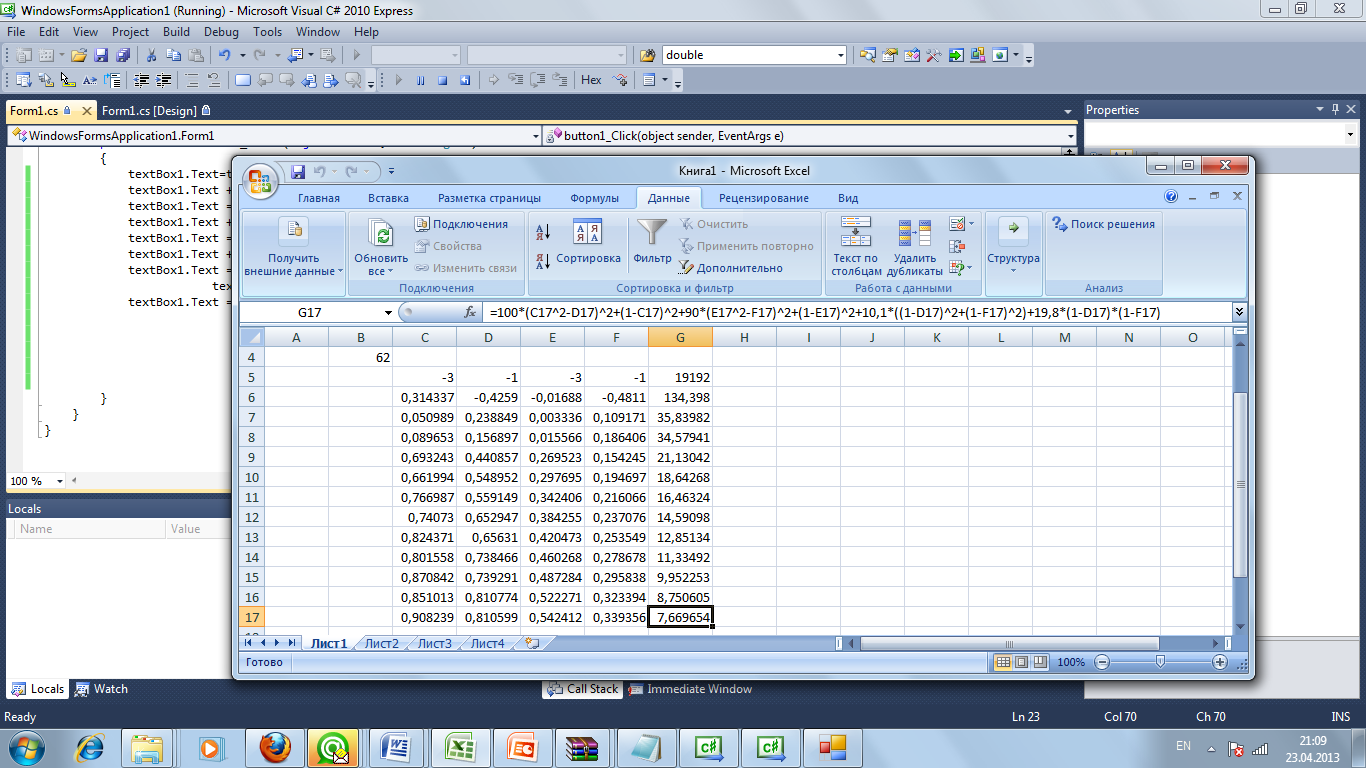
**

Рис.1. Сравнительная таблица результатов работы надстройки «поиск решения» (слева) и реализации метода «глобальной модификации метод Ньютона, выбор шага с дроблением» (справа)

Из рис.1 видно, что программы считают по-разному. В итоге был получен вывод, что ни один из рассмотренных методов не реализован в надстройке MicrosoftExcel. Далее был рассмотрен метод секущих с BFGS формулой. Его реализация была взята из математической библиотеки Alglib.

Рис.2. Сравнительная таблица результатов работы надстройки «поиск решения» (слева) и

реализации метода секущих с BFGS– формулой (справа)

Данные из рис. 2 показывают, что на каждой итерации работа двух программ дает одинаковые результаты, значит, можно прийти к выводу, что в программе MicrosoftExcel для решения задачи минимизации реализован метод секущих с BFGS – формулой.

**Библиографический список**

1. **Рейзлин В.И.** Численные методы оптимизации:учебное пособие / В.И. Рейзлин; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011 – 105 с.

2. [**http://ru.wikipedia.org**](http://ru.wikipedia.org)**.**

3**.** [**Презентация - Семенкин Е.С.** Методы оптимизации PDF](http://www.twirpx.com/file/721777/) Наглядное пособие / Авторы-составители: Семенкин Е.С., Семенкина О.Э., Антамошкин А.Н., Терсков В.А., Тынченко В.В. - Красноярск: СФУ, 2007 - 269 слайдов.

### А.Е. Шилков, Е.В. Пискунова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47,

***рук. Д.И. Коровин, зав. каф. ВМ ИГЭУ, доцент***

### ТРАНСПОРТНЫЕ СЕТИ.

### ЗАДАЧА О МАКСИМАЛЬНОМ ПОТОКЕ

**Постановка задачи**

Одна из основных проблем проживания в городах - это тяжелая дорожная ситуация. По статистике, в среднем человек проводит 2 года своей жизни в пробке. Цель нашей работы: рассмотреть одну из самых крупных улиц города Иваново — Ул. Лежневская, и выяснить, можно ли каким-то образом оптимизировать поток транспорта, чтобы увеличить ее пропускную способность.

**Методы решения задачи**

В теории графов транспортная сеть — ориентированный граф, в котором каждое ребро имеет неотрицательную пропускную способность и поток. Выделяются две вершины: источник S и сток T такие, что любая другая вершина сети лежит на пути из S в T. Необходимо решить задачу о максимальном потоке, т. е. найти поток f такой, что величина потока максимальна. Воспользуемся теоремой Форда-Фалкерсона: величина максимального потока равна величине минимального разреза. Любой поток между вершинами t и s меньше или равен величине любого сечения. Пусть дан некоторый поток и некоторое сечение. Величина данного потока складывается из величин «грузов», перевозимых по всем возможным путям из вершины t в s. Каждый такой путь обязан иметь общее ребро с данным сечением. Так как по каждому ребру сечения суммарно нельзя перевести «груза» больше, чем его пропускная способность, сумма всех грузов меньше или равна сумме всех пропускных способностей рёбер данного сечения.

Дан граф с пропускной способностью и потоком для ребер из *u* в *v*. Необходимо найти максимальный поток из источника *s* в сток *t*. На каждом шаге алгоритма действуют те же условия, что и для всех потоков:

* . Поток изв не превосходит пропускной способности.
* .
*  для всех узлов , кромеи . Поток не изменяется при прохождении через узел.

**Остаточная сеть ** — сеть с пропускной способностью  и без потока.

**Вход** Граф  с пропускной способностью , источник  и сток **Выход** Максимальный поток из  в 

1.  для всех ребер 

2. Пока есть путь  из  в  в , такой что  для всех ребер :

1. Найти 

2. Для каждого ребра 

1. 

2. 

**Пример**

Данный алгоритм был применен для выяснения максимального потока для одной из улиц города Иванова: ул. Лежневская. На рисунке она выделена красным цветом.

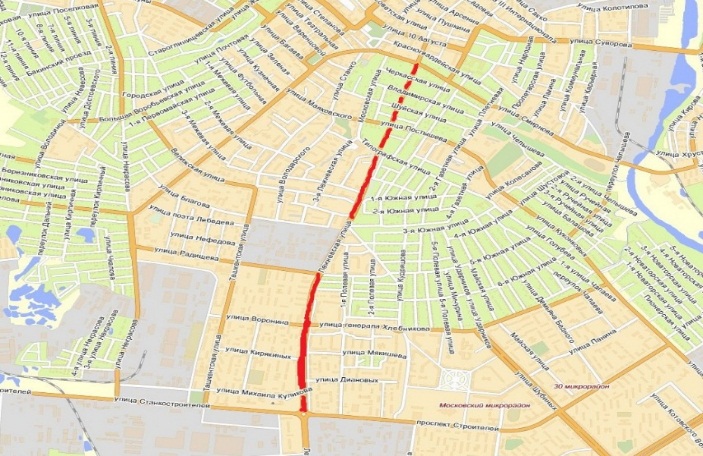
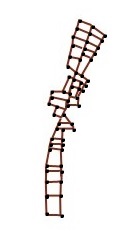


Рис. 1. Схема улиц города Иваново.

Строим граф, который соответствующий задаче.



**Результаты**

В итоге нашей работы мы выяснили, что самый малопропускаемый участок улицы находится с пересечения с ул. Типографская по ул. Смирнова.

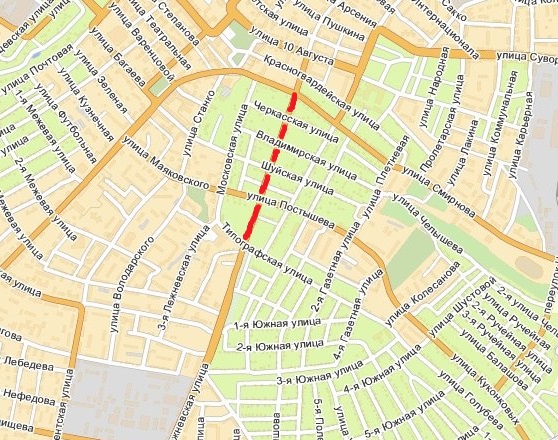


Рис. 2. Схема улиц города Иваново.

Наши результаты не противоречат реальной ситуации. Действительно, на данном участке дороги часто образуются заторы из маршрутных транспортных средств, это связано с тем, что на графе в этом участке ТС движутся только по одной полосе, в то время как на других участках количество полос в каждом направлении равно четырем.

**Вывод**

В случаи ДТП на найденном участке произойдет значительное уменьшение максимальной пропускной способности улице в целом, поэтому на пересечении ул. Лежневская и ул. Смирнова следует поставить регулировщика, который в случае необходимости смог «разгрузить» этот участок дороги от скопившихся транспортных средств.

# Лауреаты III региональной конференций студентов

# «МОЛОДАЯ МАТЕМАТИКА – 2013»

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ф.И.О. | ВУЗ | Секция | Результат |
| Шаров П.А.  Серёжин П.А.  Первойкина А.Г.  Киселева Н.В.  Соловьев И.А.  Хлеманов М.М.  Умнова М.А.  Булмага А.В.  Рекутин Д.С.  Иванова А.А.  Курченкова Н.Е.  Шилков А.Е.  Пискунова | ИГЭУ  ИГЭУ  ИГЭУ  ИГЭУ  ИвИ ГПС МЧС РФ  ИвИ ГПС МЧС РФ  ИГЭУ  ИвГПУ  ИГЭУ  ИГЭУ  ИГЭУ  ИГЭУ  ИГЭУ | ФМ  ФМ  ФМ  ММТТП  ММТТП  ММТТП  ММвЭ  ММвЭ  ММвМ  ВМ  ВМ  ВМ  ВМ | Приз  ПГ  ПГ  Приз  ПГ  ПГ  Приз  ПГ  Приз  Приз  ПГ  ПГ  ПГ |

(ПГ- поощрительная грамота за научные достижения.)

**ТРЕТЬЯ ОТКРЫТАЯ ИВАНОВСКАЯ СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ**

**«ЗОЛОТОЕ КОЛЬЦО»**

Олимпиада проводилась 14 - 16 мая 2013 года (15 мая — решение задач и проверка работ; 16 мая — работа секций конференции и награждение победителей).

Задачи, использованные в Олимпиаде, предложили преподаватели кафедры высшей математики ИГЭУ: В. Ю. Киселёв (задачи 7.2 - 7.6, 8.1, 8.3, 8.5, 8.6, 9.1 - 9.7, 10.1, 10.2, 10.4, 10.5 - 10.7, 11.1 - 11.7, 12.2, 12.4, 12.7), А. Б. Соколов (задачи 7.1, 7.7, 8.4, 8.7, 12.1, 12.3, 12.6), Б. Ф. Сковорода (задачи 8.210.3, 12.5).

В обсуждении и отборе задач участвовали: В. Ю. Киселёв, Д. И. Коровин, А. Б. Соколов, Б. Ф. Сковорода, С. В. Колесников.

В решении задач Олимпиады 2013 года приняли участие 218 студентов 1 - 3-го курсов следующих девяти вузов городов Иванова, Шуи, Ярославля и Костромы: ИГЭУ (141 участник),

Ивановского государственного политехнического университета (Ивановской государственной текстильной академии) (ИвГПУ (ИГТА), 30 участников),

ИвГПУ (Ивановского государственного архитектурно- строительного университета) (ИвГПУ (ИГАСУ), 10 участников),

Ивановского государственного университета (ИвГУ, 17 участников),

ИвГУ - Шуйского педагогического государственного университета (ИвГУ (ШПГУ), 2 участника),

Ивановского государственного химико-технологического университета (ИГХТУ, 6 участников),

Ивановского института государственной противопожарной службы (ИвИ ГПС МЧС РФ, 5 участников),

Костромского государственного технологического университета (КГТУ, 5 участников),

Ярославского государственного технического университета (ЯГТУ, 2 участника).

В проверке работ Олимпиады участвовали члены жюри Олимпиады: Б.Я. Солон, В.Ю. Киселёв, Д.И. Коровин, А.О.Крутов, Л.Н. Кусковский, Б.Ф. Сковорода, А.Б. Соколов, С.И. Хашин.

# Олимпиадные задачи с решениями

### 1-Й КУРС,

### ТЕХНИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

**1.1.** Последовательность  задана соотношениями: , ,  при любом . Найдите .

**Решение**. Запишем данную в условии рекуррентную формулу в виде . Применяя эту формулу  раз, получим, что при всяком 

.

Поскольку

,

искомый предел равен

.

**Ответ:** .

**1.2.** Решите уравнение .

**Решение.** Поскольку , имеют место неравенства  и . Поэтому обе функции  и  - убывают на всей оси , а вместе с ними убывает и их сумма – функция . Значит, уравнение  имеет не более одного решения. Число  является решением этого уравнения согласно основному тригонометрическому тождеству : . Отсюда получаем, что  - единственный корень уравнения.

**Ответ:** .

**1.3.** Барон Мюнхгаузен говорил, что есть два числа, у которых сумма, произведение и частное одинаковы. Говорил ли барон Мюнхгаузен на этот раз правду?

**Решение.** Желая проверить правдивость барона Мюнхгаузена, попробуем найти числа, удовлетворяющие условию барона. Пусть - первое число, - второе. Тогда условие означает, что

.

Ясно, что , так как иначе (если ) имеем , а тогда , что невозможно (поскольку  стоит в знаменателе дроби ).

Итак, ; тогда из равенства , деля на , получаем , откуда . Если , то условие  дает  что невозможно ни при каком . Если , то из условия  получаем , откуда . Таким образом, мы нашли числа , , которые как легко видеть удовлетворяют условиям барона Мюнхгаузена.

**Ответ:** Барон Мюнхгаузен на этот раз говорил правду.

**1.4.** Является ли число  простым?

**Решение.** Поскольку

,

мы получили разложение данного в условии задачи числа на два равных множителя, отличных от 1. Значит, оно не является простым.

**Ответ:** Данное число не является простым.

**1.5.** Докажите, что если числа , ,  удовлетворяют уравнению , то хотя бы одно из этих чисел , ,  равно 2.

**Решение.** Запишем уравнение в виде



и представим его левую часть в виде , что легко проверяется перемножением трех скобок или следующим преобразованием:



.

Итак, данное уравнение можно привести к виду



Отсюда получаем, что хотя бы одна из скобок левой части уравнения обращается в 0, то есть хотя бы одно из чисел , ,  равно 2.

**1.6.** Известно, что  при всех . Постройте график функции .

**Решение.** Положим . Переменная  может принимать любые значения, кроме 1. Так как , то  при всех  График  имеет вертикальную асимптоту , горизонтальную асимптоту , минимум при , точку перегиба (см. рис. 1).

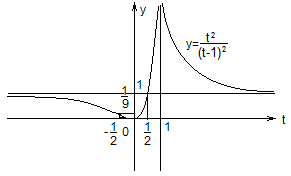


Рис. 1.

**1.7.** О последовательности вещественных чисел  известно, что . Докажите, что .

**Решение.** Положим . Пусть . Из условия следует, что найдется такой номер , что при всех  будет выполнено неравенство . Фиксируем это значение . Имеем:

;

;





.

Обозначим величину, стоящую в квадратных скобках, через . Тогда, в силу выбора ,

.

При фиксированном ранее , выберем теперь  так, чтобы неравенство  было выполнено при всех . Тогда



При всех , то есть  при всех . Поскольку  произвольно, это означает, что .

### СТАРШИЕ КУРСЫ,

### ТЕХНИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

**2.1.** Укажите, при каких  и существует (конечный) предел  и вычислите его.

**Решение.** Запишем функцию, стоящую под знаком предела, в виде  и разложим кубические корни по формуле Маклорена по степеням . Получим, что под знаком предела стоит

,

где точками обозначены пропущенные слагаемые, содержащие  в степенях выше 2. Чтобы полученное выражение имело предел при нужно, чтобы в скобках взаимно уничтожались постоянные слагаемые и слагаемые, содержащие , иначе выражение будет бесконечно большим при . Итак, предел существует, если то есть при  и . При этом предел равен .

**Ответ:** Предел существует при  и  и равен .

**2.2.** Найдите все дискретные случайные величины , которые принимают только два значения и для которых выполняется равенство.

**Решение.** Пусть Заметим, что  и , а также , так как иначе случайная величина будет с единичной вероятностью принимать лишь одно значение, вопреки условиям задачи. Далее,



и



По условию задачи, должно быть выполнено равенство

.

Это равенство приводится к виду



.

Ввиду того, что , получаем

. (1)

Пользуясь тем, что  и , преобразуем равенство (1) к виду

.

Поскольку , получаем, что , то есть .

Итак,



где . Остается отсеять случай , при котором снова получается лишь одно значение величины .

**Ответ:** где , .

**2.3.** Найдите предел .

**Решение.** Деля числитель и знаменатель дроби на

,

получим, что



.

**Ответ:** Предел равен.

**2.4.** Пусть  - матрица размера  и  - транспонированная матрица. Найдите .

**Решение.** Введем обозначение . Пусть  - элементы матрицы  и - элементы матрицы . Тогда

,

следовательно,  и . По одному из свойств определителей,

.

С другой стороны, согласно другому свойству определителей,

.

Таким образом, , откуда .

**Ответ: **.

**2.5.** Известно, что  и . Найдите функцию  и постройте её график.

**Решение.** Пусть , тогда  и



Интегрируя по переменной , получаем

,

что с учетом условия  дает



График этой функции приведен на рис. 2.

**Ответ: **

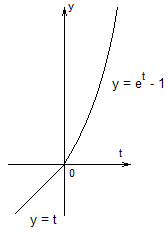


Рис. 2.

**2.6.** Даны три числа: , ,   . Докажите, что

.

**Решение.** Раскрыв скобки и отняв от обеих частей неравенства по , получим эквивалентное неравенство

.

Перепишем последнее неравенство в виде

,

или

.

Далее преобразовываем неравенство к виду

. (2)

Поскольку , ,   , получаем, что , ,   , откуда , , , и вместе с тем , , , так что каждое слагаемое в левой части неравенства (2) отрицательно как произведение чисел разных знаков, а вместе с этим отрицательна и вся сумма трех слагаемых в левой части (2). Итак, неравенство (2), а вместе с ним и эквивалентное ему исходное неравенство доказаны.

Приведём также другое решение, которое показывает, что неравенство, эквивалентное данному, выполняется даже «с запасом». Положим , , , где , ,   . Тогда неравенство переписывается в виде.



.

или, после раскрытия скобок и приведения подобных,

.

Деля на , получаем эквивалентное исходному неравенство

,

которое верно, поскольку левая часть больше 3, что очевидно при , ,   . Итак, исходное неравенство доказано.

**2.7.** Ряд с положительными членами расходится. Может ли быть сходящимся ряд ?

**Решение.** Да, может. Например, положим



Тогда при всех , ряд  расходится (поскольку  при ) и



Для доказательства сходимости ряда  рассмотрим два ряда: , где  и , где  Очевидно, что . Покажем, что ряды  и  сходятся. Первый из них запишем в виде



(этот ряд сходится как сумма геометрической прогрессии со знаменателем ; его сумма равна 1), а второй ряд имеет неотрицательные слагаемые и тоже сходится по признаку сравнения, если его сравнить со сходящейся суммой геометрической прогрессии . Значит, сходится и ряд

.

### 1-Й КУРС,

### ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

**3.1.** Последовательность  задана соотношениями: ,  при . Найдите .

**Решение.** Первые члены последовательности легко находятся, это



Тройки чисел , ,  и , ,  повторились, а следующий член последовательности определяется всего двумя предыдущими; следовательно, эти тройки 1, 1, 0 будут повторяться и далее. Таким образом, начиная с , и, в последовательности периодически повторяются три числа 1, 1, 0, при этом все члены последовательности с номерами, делящимися на 3 или дающими при делении на 3 в остатке 1, равны 1, а все с номерами, дающими в остатке 2, равны 0 (кроме ). Поскольку номер 2013 делится на 3, получаем, что .

**Ответ:** .

**3.2.** Площади трёх граней прямоугольного ящика равны 11, 28, 77 . Найдите объём ящика.

**Решение**. Обозначим объём ящика через . Пусть рёбра ящика имеют длины ,  и , причем ,  и . Тогда



,

откуда .

**Ответ:** .

**3.3.** Дана функция . Найдите .

**Решение.** Для придания многочлену симметричной формы положим , тогда

,

где . Наименьшее значение квадратного трехчлена  получается в середине отрезка между корнями трехчлена, то есть при , чему соответствует ; это наименьшее значение равно .

Приведем также решение, в котором можно обойтись без «симметризации». Имеем:

.

Функция  может достигать значения  только в тех точках, где . Это уравнение имеет корни , таким образом, точки, в которых , существуют, а доказанное неравенство говорит о том, что значение - наименьшее.

**Ответ: **.

**3.4.** При каких значениях постоянной  уравнение  имеет три корня, образующие арифметическую прогрессию?

**Решение.** Перепишем данное уравнение в виде

. (3)

Пусть три корня этого уравнения, образующие арифметическую прогрессию, - это , , , где . Тогда



.

Приравняв коэффициенты при  в левой и правой частях этого тождества, получаем:

,

откуда находим, что  - один из корней исходного уравнения. Итак, если три корня уравнения (3) образуют арифметическую прогрессию, то  - корень данного уравнения. Подставив  в исходное уравнение, найдем :

.

Значит, единственным значением , удовлетворяющим условиям задачи, может быть только . При этом значении  уравнение  получает вид

.

Нам осталось показать, что оно имеет три корня, которые и в самом деле образуют арифметическую прогрессию. Один из корней известен, это . Чтобы отыскать оставшиеся два корня, преобразуем левую часть уравнения следующим образом:



.

Квадратное уравнение  имеет корни

,

так что исходное уравнение при  действительно имеет три корня

, , ,

образующие арифметическую прогрессию с .

**Ответ:** При .

**3.5.** За круглым столом сидят 2013 представителей четырех племен Средиземья: людей, гномов, эльфов и орков. Люди не могут сидеть рядом с орками, а эльфы рядом с гномами. докажите, что тогда какие-то два представителя одного племени сидят рядом.

**Решение:** Предположим, что это не так, то есть никакие два представителя одного племени не сидят рядом. Представим, что люди и орки одеты в синие одежды, а эльфы и гномы – в зелёные. Тогда, по условию задачи, синие и зелёные костюмы за столом должны строго чередоваться, что невозможно, поскольку за столом нечётное число мест. Значит, неверно предположение о том, что никакие два представителя одного племени не сидят рядом, и непременно какие-то два одноплеменника - соседи за столом.

**3.6.** Найдите определитель .

**Решение.** Вычитая первую строку из всех остальных, получаем:

.

Теперь прибавим к первому столбцу все остальные столбцы, что даёт нам



Мы получили, что исходный определитель равен определителю треугольной матрицы. Известно, что определитель любой треугольной матрицы равен произведению диагональных элементов этой матрицы. Значит,



**Ответ:** 

**3.7.** Найдите функцию, обратную к функции



и постройте график обратной функции.

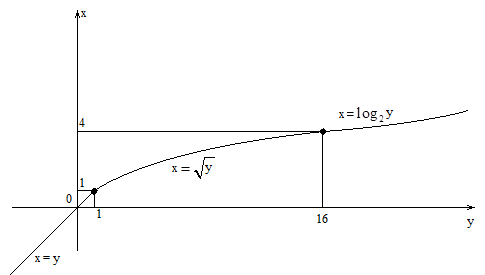


Рис. 3.

**Решение:** Так как функции , определённые соответственно на промежутках  взаимно однозначны и имеют обратные функции  соответственно, заданные на промежутках , то объединяя функции  в одну, заданную на , получаем ответ:

Ответ:  (см. рис. 3).

### СТАРШИЕ КУРСЫ,

### ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

**4.1.** Укажите, при каких и  существует (конечный) предел , и вычислить его.

**Решение.** Запишем функцию, стоящую под знаком предела, в виде  и разложим квадратные корни по формуле Маклорена по степеням . Получим, что под знаком предела стоит

,

где точками обозначены пропущенные слагаемые, содержащие  в степенях выше 2. Чтобы полученное выражение имело предел при нужно, чтобы в скобках взаимно уничтожались постоянные слагаемые и слагаемые, содержащие , иначе выражение будет бесконечно большим при . Итак, предел существует, если  то есть при  и . При этом предел равен .

**Ответ:** Предел существует при  и  и равен -1.

**4.2.** Найдите общий интеграл дифференциального уравнения .

**Решение.** Запишем уравнение в виде . Это линейное уравнение первого порядка для функции :

.

Общее решение однородного уравнения  - это  , где , а частное решение неоднородного уравнения  ищется в виде , где неопределённые коэффициенты  легко находятся подстановкой  в уравнение: .

Итак,

 .

Это и есть общий интеграл исходного дифференциального уравнения.

**Ответ:** .

**4.3**. Найдите все случайные величины , для которых .

**Решение.** Из того, что , вытекает, что  с вероятностью 1. Это означает, что  с вероятностью 1. Рассмотрим два случая:  и . В первом случае  с некоторой вероятностью  и  с вероятностью .

Если при этом  или , то  (или соответственно ) с вероятностью 1. Также и во втором случае (при ): с вероятностью .

**Ответ:** Либо  с вероятностью 1, где , либо



где  и .

**4.4.** Существуют ли такие натуральные числа , что 

**Решение.** Вспоминая, что 28, 30 и 31 – это числа дней в месяцах невисокосного года, легко найти, что числа  (февраль),  (апрель, июнь, сентябрь, ноябрь),  (остальные месяцы) удовлетворяют уравнению. Это уравнение имеет и другие решения, например, подходят .

**Ответ:** Да, такие числа существуют.

**4.5.** При каких значениях  матрица  неотрицательно определена?

**Решение.** Применим критерий Сильвестра: для неотрицательной определённости матрицы нужно, чтобы были неотрицательны все главные миноры матрицы (получающиеся вычёркиванием нескольких строк и столбцов с одинаковыми номерами). Это даёт два условия:

 и ,

то есть  и . Второе неравенство верно лишь при , и при этом выполнено и первое неравенство.

**Ответ:** При .

**4.6.** Докажите, что при любом  верно неравенство .

**Решение.** Левую часть неравенства можно рассмотреть как интегральную сумму для функции  по отрезку , вычисленную по отмеченным точкам . Ввиду убывания функции  интегральная сумма будет больше интеграла:

.

Остаётся доказать, что  при . Неравенство приводится к эквивалентному виду , что, очевидно, верно при 

Другой способ доказательства – с помощью метода математической индукции. При  неравенство верно:  (левая часть примерно равна 1,7, а правая 1,4). Для осуществления шага индукции достаточно доказать, что .

Правую часть этого неравенства можно записать в виде

;

последнее неравенство очевидно.

Ту же идею можно оформить и без формального применения математической индукции, следующим образом. Как отмечено выше, при любом  имеет место неравенство:

. (4)

Пусть . Сложив неравенства (4) при , получим .

Но .

Таким образом, получим, что .

Прибавив к обеим частям этого неравенства по 1, получаем доказываемое неравенство.

**4.7.** Пусть , , …, Найдите функцию , если .

**Решение.** Найдём для начала :

.

Это даёт основание подозревать, что .

Эту формулу доказываем при  с помощью математической индукции: предполагая, что для  формула



верна, преобразованиями, аналогичными тем, что выполнены выше, убеждаемся, что

.

Действительно,



### 1-Й КУРС,

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

**5.1.** Даны два числа:  и . Известно, что числа  и  рациональны. Докажите, что число  иррационально.

**Решение.** Сложив два рациональных числа  и , получим рациональное число

,

откуда . Если бы число  было рационально, то дробь  была бы тоже рациональна, однако она равна иррациональному числу . Значит, число  иррационально.

**5.2.** Последовательность задана соотношениями: , при . Найдите .

**Решение.** Вычисление первых 17 членов последовательности даёт:



Повторилась серия из 5 членов последовательности:  такие же, как . Поскольку очередной член последовательности определяется четырьмя предыдущими, отсюда следует, что эта серия из 5 одинаковых членов последовательности будет далее периодически повторяться. Значит, .

**Ответ:** .

**5.3.** Докажите, что при любом целом имеет место равенство

.

(Здесь  означает *целую часть* числа , то есть наибольшее целое число, не превосходящее числа .)

**Решение.** Пусть . И левая, и правая части равенства дают ответ на один и тот же вопрос: сколько имеется пар целых чисел , где , что их некоторая степень  не превосходит  В левой части подсчёт ведётся так:  - это количество тех чисел , квадрат которых не превосходит ;  - количество тех чисел , куб которых не превосходит , и т.д. до степени . Кроме того, очевидно, имеется  чисел , первая степень которых не превосходит . Всего пар  получается .

В правой части подсчёт того же количества ведётся так:  - это число тех степеней , в которые можно возвести основание 2, чтобы получилось не больше ;  - это число тех степеней , в которые можно возвести основание 3, чтобы получить не больше , и т.д. до основания . Кроме того, очевидно, единицу можно возвести в степени  и тоже получить результат . Итого всех пар  получается

.

Очевидно, что в результате обоих подсчётов количества пар  мы получаем одно и то же, то есть что при всех  верно равенство

.

Остаётся вычесть  из обеих частей, что даёт доказываемое равенство.

**5.4.** Найдите значение выражения

.

**Решение.** Введя обозначение , получаем, что данное выражение равно

.

**Ответ:** Значение выражения равно 1.

**5.5.** Пусть А – квадратная матрица и , где  - единичная, а  - нулевая матрица. Покажите, что тогда матрица  невырожденная.

**Решение.** Для этого достаточно показать, что матрица  имеет обратную. Ею служит матрица ; действительно,  в силу данного равенства .

Можно обойтись и без обратных матриц: приведём уравнение к виду . По свойству определителей, отсюда следует, что .

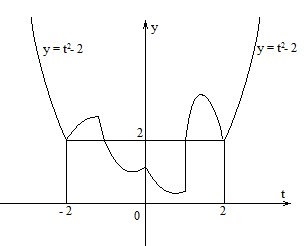


Рис. 4.

Следовательно, оба множителя в левой части равенства ненулевые, в частности, , что и требовалось доказать.

**5.6.** Известно, что функция  непрерывна на всей числовой оси и при всех  имеет место равенство .

Найдите функцию  и постройте её график.

**Решение.** Поскольку , получаем, что  при всех тех значениях , которые может принимать выражение . Областью значений , как нетрудно выяснить, служит множество . Вне этой области, то есть на интервале , функцию  можно положить равной любой непрерывной на  функции , лишь бы  (см. рис. 4).

**Ответ:** 

**5.7.** Найдите производную функцию . (Через  обозначена целая часть числа .)

**Решение.** Величина  постоянна и равна  на каждом интервале , где , поэтому на каждом таком интервале производная  равна . Остаётся найти производную в точках , где :

.

Поскольку  и при  имеет место равенство

,

а при  - равенство

,

то

.

Аналогично

.

Таким образом, существует двусторонний предел

.

Заметим, что при 

.

Поэтому равенство , доказанное выше для , при  также выполнено в виде равенства . Значит,  при всех .

**Ответ:**  при всех .

### СТАРШИЕ КУРСЫ,

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

### 6.1. Последовательность такова, что .

Верно ли, что эта последовательность имеет (конечный) предел?

**Решение.** Нет, не верно: например, последовательность  даёт , но  не имеет конечного предела при , поскольку  при .

Последовательность  даёт пример того, что при выполнении условий задачи у неё может не быть и бесконечного предела. Действительно, ввиду периодичности синуса эта последовательность не имеет предела, в то время как условие задачи выполнено. Имеем

.

Очевидно, что , тогда как величина  ограничена по абсолютной величине числом 2. Поэтому , то есть условие задачи для последовательности  выполнено.

**Ответ:** Не верно.

**6.2.** Найдите предел .

**Решение.** Если предел  существует, то по непрерывности функции  имеем

.

Найдём последний предел. Так как функция  монотонно возрастает на , то .

Поскольку , отсюда следует, что, то есть

.

Деля на  и вычитая  из всех частей неравенства, получаем:

. (5)

Но 



при. Таким образом, и , поэтому крайние части неравенства (5) стремятся к  при , откуда следует, что и средняя часть неравенства (5) стремится к : .

Значит, , откуда получаем ответ:

.

Приведём ещё одно решение, базирующееся на другой идее. Для этого воспользуемся такой известной леммой о среднем геометрическом:

**Лемма:** Пусть дана последовательность . Если , то и .

Рассмотрим последовательность , такую что ,



при . Тогда .

Кроме того, .

Теперь применим лемму, согласно которой получаем, что

,

то есть .

**Ответ:** Предел равен .

**6.3.** Последовательность  задана соотношениями: , ,  при любом . Найдите .

**Решение.** Запишем данную в условии рекуррентную формулу в виде . Применяя эту формулу  раз, получим, что при всяком 



.

Поскольку



,

искомый предел равен



.

**Ответ:** .

**6.4.** Докажите, что при некотором  матрица является вырожденной.

**Решение:** Положим . Тогда  (это определитель диагональной матрицы, на диагонали которой стоят числа 1, -1, 1 ,-1, 1). Вычислим . Раскладывая этот определитель по элементам сначала второй строки, а затем второго столбца, получаем, что

.

Итак,  и , то есть на концах отрезка  функция принимает значения разных знаков. Функция  является многочленом от  и, следовательно, непрерывна. Значит, по теореме о корне непрерывной функции, на отрезкенайдётся такая точка , что .

**6.5.** Докажите, что для любой случайной величины с математическим ожиданием, равным нулю, справедливо неравенство  (предполагается, что все эти величины для  существуют).

**Решение.** Пусть произвольная случайная величина с  Если , то неравенство очевидно. Пусть , тогда . Рассмотрим случайную величину , где Найдём дисперсию .Так как , то





.

Поскольку  при любом , дискриминант  квадратного трёхчлена относительно 



неположителен, то есть . Отсюда следует, что  для любой случайной величины  с .

**6.6.** Матрица  удовлетворяет уравнению ; кроме того, . Докажите, что одним из собственных значений матрицы  является число 2013.

**Решение.** Поскольку , где единичная, а нулевая матрицы, имеем  Так как , получаем , что означает, что число  - корень характеристического уравнения , то есть  - собственное значение матрицы .

**6.7.** Линейное преобразование в трёхмерном пространстве представляет собой поворот на  вокруг прямой, соединяющей точки  и . Найдите ортогональную матрицу, задающую это преобразование.

**Решение.** Поворот можно совершать в двух направлениях: против часовой стрелки и по часовой стрелке, если смотреть на начало координат из положительного октанта, то есть вдоль вектора . Рассмотрим два случая: в первом из них поворот совершается против часовой стрелки. Легко видеть, что это преобразование, применённое два раза подряд, переводит базисные векторы друг в друга: в ,  в и  в , то есть если искомая матрица преобразования, мы имеем

.

С другой стороны, в силу симметричности, вектор после (однократного) преобразования перейдёт в вектор , где  и  - некоторые числа, которые мы должны будем отыскать (см. рис. 5); при этом  и .

Значит, матрица преобразования имеет вид .

Тогда .

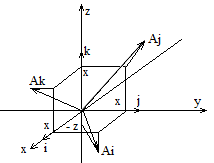


Рис. 5

Приравняв  к найденной выше матрице , получаем, что для  и  должны выполняться такие соотношения:



Решая эту систему уравнений, находим, что . Тем самым получаем ответ к задаче в первом случае:

.

Во втором случае, когда поворот, указанный в условии задачи, совершается в направлении по часовой стрелке, то есть в противоположном направлении, матрица преобразования равна ; её нетрудно подсчитать, зная матрицу . Кроме того, можно заметить, что , откуда следует, что матрица  получается из матрицы  соответствующей перестановкой столбцов:

.

**Ответ:** , а также .

# ПОБЕДИТЕЛИ ОЛИМПИАДЫ

В решении задач Олимпиады приняли участие 218 студентов.

Участникам Олимпиады предлагалось решить 7 задач для той группы, к которой принадлежал данный студент. Все задачи при оценке результатов расценивались как равноценные.

Студенты, занявшие первое место, были награждены Почётным дипломом и ценными подарками, занявшие второе место - Дипломами II степени и ценными подарками, занявшие третье место - Дипломами III степени и подарками.

Ниже приводится итоговая таблица со списком победителей олимпиады 2013 года. В этой таблице использованы следующие сокращения:

Напр. - направление (технические, экономические или физико- математические специальности), К - курс (1 - первый, 2 - второй или третий), М - место (1 - Почётный диплом (первое место), 2 - второе место, 3 - третье место).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ф.И.О. | Напр. | ВУЗ | К | М |
| Бояринов Илья Андреевич  Камилли Мир Теймур Мир Расим оглы  Малышев Александр Алексеевич  Лаврентьев Иван Евгеньевич  Гиголаев Александр Александрович  Логинов Сергей Владимирович  Блинова Екатерина Дмитриевна  Панюшкина Татьяна Викторовна  Соков Михаил Алексеевич  Севин Александр Павлович  Меркулов Александр Юрьевич  Яхонин Антон Валерьевич  Щёголев Евгений Михайлович  Рутковский Владимир Андреевич  Кичев Максим Дмитриевич  Урусовский Александр Юрьевич | технич.  эконом.  физ-мат.  технич.  эконом.  технич.  эконом.  физ-мат.  технич.  эконом.  технич.  эконом.  физ.-мат.  технич.  эконом.  физ.-мат. | ИГЭУ  ИвГУ  ИГЭУ  ИГЭУ  ИвГУ  ИГЭУ  ИвГУ  ИГЭУ  КГТУ  КГТУ  ИГЭУ  ИвГУ  ИГЭУ  ИГЭУ  ИвГУ  ИГЭУ | 1  1  1  2  2  1  1  1  2  2  1  1  1  2  2  2 | 1  1  1  1  1  2  2  2  2  2  3  3  3  3  3  3 |

Кроме того, почётные грамоты за успешное решение задач получили (все — технические специальности, 1-й курс): Бобков Алексей Иванович, ИвИ ГПС МЧС РФ; Горлова Светлана Александровна, ИГТА; Долгин Дмитрий Сергеевич, ЯГТУ; Ермушева Анастасия Петровна, ИГТА; Кисель Вадим Иванович, ИвГПУ(ИГАСУ); Меркушев Дмитрий Александрович, ИГХТУ; Попов Сергей Иванович, ЯГТУ; Созонов Дмитрий Игоревич, ИГХТУ.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Арнольд. — М.: Наука, 1984 и последующие издания.

2. Беллман Р. Введение в теорию матриц / Р. Беллман. — М.: Наука, 1976.

3. Двенадцать турниров. Математические турниры городов с 1-го по 12-й, 1980 — 1991 годы: Тексты задач / под общей ред. Н. Н. Константинова; Информационный центр Международного математического турнира городов. — М., 1991.

4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. — М.: Наука, 1966 и другие издания.

5. Кудрявцев JI.Д. Сборник задач по математическому анализу. Функ­ции нескольких переменных / JI.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чех­лов, М.И. Шабунин. — СПб.: ИЧП «Кристалл», 1994.

6. Ланкастер П. Теория матриц / П. Ланкастер. — М.: Наука, 1978.

7. «Математическое моделирование и информационные технологии»: Материалы региональной конференции студентов и Второй открытой областной олимпиады студентов по математике «Золотое кольцо» / Ивановский государственный энергетический университет. — Иваново, 2013.

8. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциаль­ных уравнений / И.Г. Петровский. — М.: Наука, 1970 и другие издания.

9. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2 / Н.С. Пискунов. — М.: Наука, 1970 и другие издания.

10. Понтрягин JI.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / JI.С. Понтрягин. — М.: Наука, 1970 и другие издания.

11. Рудин У. Основы математического анализа / У. Рудин. — М.: Мир, 1976 и другие издания.

12. Садовничий В. А. Задачи студенческих олимпиад по математике / В.А. Садовничий, А.С. Подколзин. — М.: Наука, 1978 и другие издания.

13. Сирл С. Матричная алгебра в экономике / С. Сирл, У. Госман. — М.: Статистика, 1974.

Составитель КИСЕЛЁВ Владимир Юрьевич

Научный редактор СОКОЛОВ Александр Борисович

# СОДЕРЖАНИЕ

[ОРГАНИЗАЦИННЫЙ КОМИТЕТ 4](#_Toc362132836)

[СПИСОК УЧАСТНИКОВ КОНФЕРЕНЦИИ](#_Toc362132837) [«МОЛОДАЯ МАТЕМАТИКА – 2013» 6](#_Toc362132838)

[СЕКЦИЯ 1 «Фундаментальная математика» 10](#_Toc362132839)

[*Е.В. Новикова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47*](#_Toc362132840)

[МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА:](#_Toc362132842)

[ПОЛЕТ РАКЕТЫ 10](#_Toc362132843)

[*А.Г. Первойкина, ИГЭУ, ИВТФ, группа 5-47,*](#_Toc362132844)

[КЛАССИФИКАЦИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ](#_Toc362132846) [НЕИЗВЕСТНЫХ ЦЕНАХ ОШИБОЧНОЙ](#_Toc362132847) [КЛАССИФИКАЦИИ 12](#_Toc362132848)

[*Н.Е. Пайнёв, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47*](#_Toc362132849)

[МОДЕЛИРОВАНИЕ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ](#_Toc362132851) [МЕЖДУ ПАРТИЗАНСКИМИ И РЕГУЛЯРНЫМИ](#_Toc362132852) [ВОЙСКАМИ 14](#_Toc362132853)

[*Е.М. Щёголев , ИГЭУ, ИВТФ, группа 1-47*](#_Toc362132854)

[МНОГОЧЛЕН МАТИЯСЕВИЧА 16](#_Toc362132857)

[СЕКЦИЯ 2 «Математическое моделирование](#_Toc362132858) [технологических и технических процессов» 18](#_Toc362132859)

[*И.А. Соловьев, М.М. Хлеманов,*](#_Toc362132869)

[*Ивановский институт МЧС ГПС России,*](#_Toc362132870)

[КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ](#_Toc362132871) [АППРОСИМАЦИЯ ПРОГРАММНОЙ](#_Toc362132872) [ТРАЕКТОРИИ МЕХАНИЗМА 18](#_Toc362132873)

[СЕКЦИЯ 3](#_Toc362132877) [«Математическое моделирование в экономике» 25](#_Toc362132878)

[*М.В. Калинина, А.В. Кучина, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47*](#_Toc362132879)

[ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И](#_Toc362132881) [АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ СУБЪЕКТА 25](#_Toc362132882)

[*Е.Н. Магдалинов, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47*](#_Toc362132886)

[МОДЕЛИРОВАНИЕ РИСКА 27](#_Toc362132887)

*[А.В. Булмага, ИГПУ, Текстильный институт](#_Toc362132888)*

[СВОДНЫЙ ИНДЕКС, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЙ РАЗВИТИЕ МАЛОГО И СРЕДНЕГО ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА В РЕГИОНАЛЬНОМ РАЗРЕЗЕ 29](#_Toc362132888)

[СЕКЦИЯ 4 «Математическое моделирование 31](#_Toc362132889)

[*Д.С. Рекутин, ИГЭУ, ТиП, группа 3-33*](#_Toc362132890)

[РАСЧЁТ ПАДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА НА ПОВЕРХНОСТЬ ЗЕМЛИ 31](#_Toc362132891)

[СЕКЦИЯ 5 «Вычислительная техника» 35](#_Toc362132896)

[*Д.С. Чеснокова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47*](#_Toc362132897)

[МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА: ПРЫЖОК С ПАРАШЮТОМ 35](#_Toc362132899)

[*Н.Е. Курченкова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 4-47*](#_Toc362132900)

[ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЛГОРИТМА НАДСТРОЙКИ «ПОИСК РЕШЕНИЯ» В ПРОГРЕММЕ](#_Toc362132902) [MICROSOFTEXCEL 37](#_Toc362132903)

[*А.Е. Шилков, Е.В. Пискунова, ИГЭУ, ИВТФ, группа 2-47*](#_Toc362132904)

[ТРАНСПОРТНЫЕ СЕТИ](#_Toc362132906)

[ЗАДАЧА О МАКСИМАЛЬНОМ ПОТОКЕ 39](#_Toc362132907)

[Победители III региональной конференций студентов](#_Toc362132908) [«МОЛОДАЯ МАТЕМАТИКА – 2013» 43](#_Toc362132909)

Олимпиадные [задачи с решениями 45](#_Toc362132910)

[1-Й КУРС, ТЕХНИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ, 45](#_Toc362132911)

[СТАРШИЕ КУРСЫ,](#_Toc362132912) [ТЕХНИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 49](#_Toc362132913)

[1-Й КУРС, ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 55](#_Toc362132914)

[СТАРШИЕ КУРСЫ,](#_Toc362132915) [ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ, 61](#_Toc362132916)

[1-Й КУРС,](#_Toc362132917) [МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ, 65](#_Toc362132918)

[СТАРШИЕ КУРСЫ,](#_Toc362132919) [МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СПЕЦИАЛЬНОСТИ, 70](#_Toc362132920)

ПОБЕДИТЕЛИ ОЛИМПИАДЫ  [78](#_Toc362132921)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 79

[СОДЕРЖАНИЕ 80](#_Toc362132923)

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ   
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Восьмая международная научно-техническая конференция   
студентов, аспирантов и молодых учёных

**«ЭНЕРГИЯ-2013»**

III региональная конференция студентов

«молодая математика – 2013»

МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ

И ТРЕТЬЕЙ ОТКРЫТОЙ ИВАНОВСКОЙ   
СТУДЕНЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ   
ПО МАТЕМАТИКЕ «ЗОЛОТОЕ КОЛЬЦО»

*Печатается в авторской редакции*

Составитель – Завадская Н.А.

Компьютерная верстка – Фомичева А.В.

Подписано в печать ??.??.2013. Формат 60х84 1/16 .

Печать плоская. Усл. печ. л. ??,??. Уч.-изд. л. ??.

Тираж 100 экз. Заказ № ???.

ФГБОУ ВПО «Ивановский государственный энергетический   
университет имени В.И. Ленина».

Отпечатано в УИУНЛ ИГЭУ

153003, г. Иваново, ул. Рабфаковская, 34.